

1. Um físico, ao fundir dois metais de densidades diferentes, produziu uma moeda em que os resultados cara (C) e coroa (K) não são equiprováveis. Considere que as probabilidades corretas para os resultados ao lançar duas vezes a moeda estão representados na tabela a seguir

Resultados	Probabilidades
CC	4/9
CK	2/9
KC	2/9
KK	1/9

Considere os eventos

- $A : \{ \text{observar exatamente 1 cara} \}$   
 $B : \{ \text{observar pelo menos 1 cara} \}.$

Calcule as probabilidades de  $A$  e  $B$ .

2. O espaço amostral ( $\Omega$ ) de um experimento contém 5 pontos amostrais ( $\omega$ ) com probabilidades associadas conforme a tabela a seguir

$\omega$	1	2	3	4	5
$P(\omega)$	0,05	0,20	0,30	0,30	0,15

Calcule as probabilidades dos seguintes eventos:

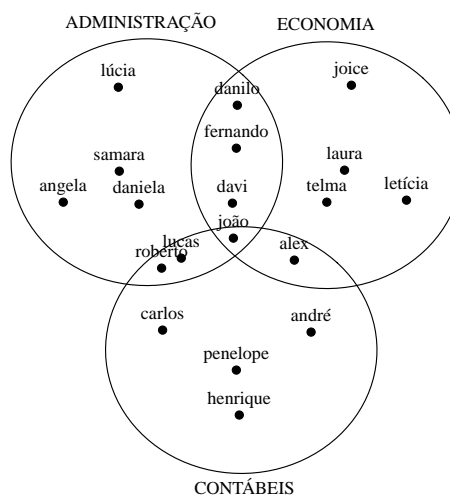
- $A : \{ \text{ocorrer 1, 2 ou 3} \}$   
 $B : \{ \text{ocorrer um número ímpar} \}$   
 $C : \{ \text{ocorrer um número primo} \}$   
 $D : \{ \text{não ocorrer o número 4} \}$

3. Ao fazer-se um levantamento nos departamentos da universidade, verificou-se que 10 professores (H) e 9 professoras (M) lecionam em pelo menos uma turma dos cursos de Administração (A), Economia (E) ou Ciências Contábeis (C). O diagrama a seguir representa a relação entre os professores e os cursos em que lecionam. Ao sortear um nome da lista, qual a probabilidade de:

- Lecionar em A;
- Lecionar somente A;
- Lecionar em A e em E;
- Lecionar em A ou em E;
- Lecionar em apenas um curso;
- Não lecionar em A;
- Lecionar em 2 ou mais cursos;
- Ser H dado que o sorteado leciona em A;

- Ser M dado que o sorteado leciona em C;
- Lecionar em pelo menos 2 cursos dado que o sorteado é H.

Caso seja conveniente, expresse os resultados em forma de fração.



4. Um professor leciona técnicas de modelagem estatística numa turma com 36 alunos, que são do 2º, 3º e 4º anos dos cursos de Administração (A), Economia (E) e Ciência Contábeis (C). Ao sortear ao acaso um aluno dos 36 possíveis, as seguintes probabilidades existem

- 1/6 de ser da A;
- 5/18 de ser do 2º ano;
- 1/2 de ser da C;
- 4/9 de ser do 4º ano;
- 1/12 de ser 3º ano de E;
- 1/36 de ser 2º ano de A;
- 11/36 de ser 4º ano de C;
- 7/10 de ser E se for do 2º ano;
- 1/2 de ser C se for do 3º ano.

Sabendo das probabilidades envolvendo os 36 alunos, complete a tabela abaixo com o número de alunos correspondente a cada cédula.

—	A	E	C	tot
2º				
3º				
4º				
tot				36

\*Última atualização em 6 de outubro de 2010 às 11:11:57.

5. O experimento aleatório de lançar 3 moedas é realizado. A face resultado das moedas é observada e a variável aleatória  $X$  é definida como sendo o número de caras total observado. Supondo que a probabilidade de obter cara em cada moeda seja de  $2/3$ , escreva os pontos amostrais ( $\omega$ ) do experimento, indique as probabilidades associados a cada ponto ( $P(\omega)$ ) e cada possível valor ( $P(x)$ ) da variável aleatória  $X$ . Represente em um gráfico de barras as  $P(x)$  no eixo das ordenadas e  $x$  no eixo das abscissas.

6. Com as probabilidades encontradas para os valores de  $X$  no exercício anterior, calcule:

- A probabilidade de  $X = 0$ , ou seja,  $P(X = 0)$ ;
- A probabilidade de  $X = 1$ , ou seja,  $P(X = 1)$ ;
- A probabilidade de  $X = 0$  ou  $X = 1$ , ou seja,  $P(X \leq 1)$ ;
- A probabilidade de  $X = 2$  ou  $X = 3$ , ou seja,  $P(X > 1)$ ;
- A probabilidade das faces serem as mesmas, ou seja,  $P(X = 0$  ou  $X = 3)$ .

7. Uma variável aleatória  $X$  tem distribuição binomial quando a função de probabilidade é dada pela expressão

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x},$$

em que  $n$  e  $p$  são os parâmetros da distribuição e  $x$  são os possíveis valores para  $X$ . Com a expressão, calcule:

- A probabilidade de ao lançar 3 moedas ( $n = 3$ ) honestas ( $p = 0,5$ ) observar  $X = 2$ ;
- A  $P(X = 4)$  sendo  $n = 6$  e  $p = 2/3$ ;
- A  $P(X = 7)$  sendo  $n = 8$  e  $p = 3/4$ ;
- A  $P(X \leq 2)$  sendo  $n = 3$  e  $p = 2/3$ .

8. A variável aleatória  $X$  é número de pessoas por veículo que estaciona em um shopping e tem distribuição de probabilidade dado pela tabela abaixo.

$x$	1	2	3	4	5
$P(x)$	0,20	0,35	0,10	0,25	

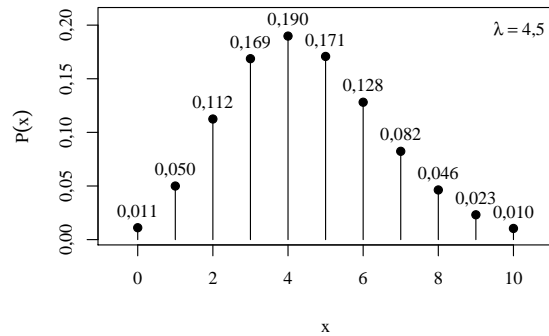
- Para que os valores na tabela representem uma distribuição de probabilidade, qual o valor que deve ser atribuído à  $P(X = 5)$ ?
- Qual a probabilidade de um veículo ao acaso ter 4 pessoas?;
- Qual o número médio de pessoas por veículo, ou seja, qual o valor esperado para a variável aleatória?;

d) Se no estacionamento estão 200 veículos, qual o número de pessoas que vieram com os veículos estacionados no shopping?.

9. Uma variável aleatória  $X$  tem distribuição de probabilidades Poisson quando a função de probabilidade é dado pela expressão

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!},$$

em que  $\lambda$  é o parâmetro da distribuição. Se  $\lambda = 4,5$  o gráfico correspondente a distribuição de probabilidades é o seguinte



- Usando a expressão dada encontre a probabilidade para 3 valores quaisquer de  $X$  e confira com os valores fornecidos no gráfico;
- Com os valores do gráfico, qual a  $P(X \leq 4)$ ;
- Com os valores do gráfico, qual a  $P(2 < X \leq 6)$ ;

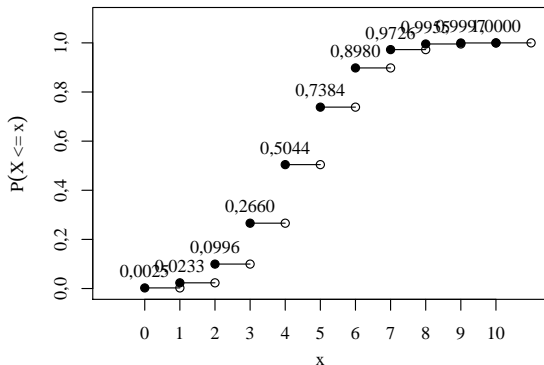
10. Suponha que o número de carros que abastecem no Posto A por dia tenha distribuição de probabilidades Poisson com parâmetro  $\lambda = 40$ . Sabendo que um Posto B foi inaugurado à poucos dias e que num particular dia de trabalho no Posto A foram abastecidos 30 carros, calcule a probabilidade desse evento ocorrer ao acaso, ou seja,  $P(X = 30)$ .

11. Uma fábrica de CDs informa junto ao produto que a taxa de CDs defeituosos é de 1%. Suponha que o número de CDs defeituosos tenha uma distribuição binomial. Calcule a probabilidade de ao gravar 10 CDs escolhidos aleatoriamente 3 apresentarem falha.

12. O gráfico abaixo é associada as probabilidades acumuladas ( $P(X \leq x)$ ) aos valores  $x$  assumidos por uma variável aleatória discreta  $X$  que assume valores  $X = 0, 1, 2, \dots, 10$ . Com as informações do gráfico responda:

- Qual a probabilidade de  $X$  ser menor ou igual à 5,  $P(X \leq 5)$ ?
- Qual a probabilidade de  $X$  ser igual à 5,  $P(X = 5)$ ?

- c) Qual a probabilidade de  $X$  ser maior que 3 e menor ou igual à 7,  $P(3 < X \leq 7)$ ?



13. Na análise de mercado para investimento de capital existem indicadores econômicos que apontam se determinado ramo de investimento é de risco ou não. Suponha que dos investimentos no ramo de metalurgia 2% resultem em prejuízo. Suponha que um índice econômico consegue prever corretamente 98% dos negócios que resultam em prejuízo e 92% dos negócios que não resultam em prejuízo. Qual a probabilidade de um negócio apontado como de prejuízo pelo índice, retornar em prejuízo para o investidor? Qual a probabilidade de um negócio apontado com não sendo de prejuízo pelo índice, não retornar prejuízo para o investidor? Sugere-se a definição dos eventos, das probabilidades marginais e condicionais e do teorema de Bayes.

14. Suponha que o empresário, interessado em minimizar o risco em seus investimetos, convidou os Administradores Carlos e André, experientes em estatística de previsão de investimento, para uma reunião. O Carlos apresentou um novo índice econômico que consegue prever corretamente 99% dos negócios que resultam em prejuízo e 92% dos negócios que não resultam em prejuízo e o André apresentou um índice com 98% e 98% para os mesmos propósitos. Refaça os cálculos do exercício anterior com os índices de Carlos e André. Qual dos índices é mais indicado para o empresário?

15. Um empresário do ramo de sementes transgênicas afirma que o poder germinativo de suas sementes é 0,95. Um comprador decide comprar o lote de sementes se numa amostra de 100 sementes 90 germinarem. Qual a probabilidade do lote ser comprado?

16. Um vendedor ambulante sai todos os dias com 5 unidades do seu produto para vender. Sabendo que o número adquiridos pelos clientes por dia tem

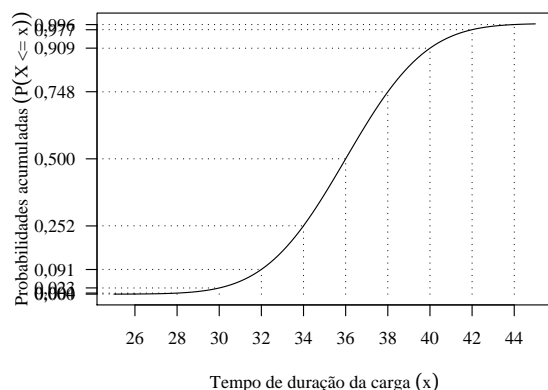
distribuição Poisson com taxa de compras  $\lambda = 3$  unidades por dia, qual a probabilidade do comerciante vender todas a unidades num dia de trabalho? Considere que  $e^{-3} = 0,04979$ . Qual a probabilidade do comerciante vender mais que 5 unidades caso estivessem à sua disposição?

17. Uma pesquisa recente divulgou que 20% dos jovens (10–24 anos de idade) que fazem compras pela internet possuem celular com acesso à internet. Em uma amostra aleatória de 200 jovens que fazem compra pela internet, seja  $X$  o número de jovens que possuem celular de acesso à internet.

- O que necessário para que  $X$  seja considerada uma variável aleatória de distribuição Binomial?
- Se  $X$  é binomial qual o valor dos parâmetros  $n$  e  $p$ ?
- Qual o valor esperado de  $X$ ?

18. Um empresário avalia a proposta de duas construtoras à respeito da ampliação do seu pátio industrial. A construtora A afirma que entrega a obra pronta com 50 dias com variância de 3 dias<sup>2</sup>. A construtora B entrega a obra com 48 dias com variância de 18 dias<sup>2</sup>. Se a indústria ficar mais de 49 dias sem funcionamento por ocasião da construção, haverá prejuízos por não atender os clientes. Calcule qual a probabilidade das empresas A e B entregarem a obra antes dos 49 dias. Considere distribuição normal para o tempo de entrega da obra.

19. Suponha que o tempo entre cargas de um aparelho celular tem distribuição normal com média 36 horas e variância de 3 horas<sup>2</sup>. Qual a probabilidade da próxima carga durar menos de 34 horas? Entre 34 e 40 horas? Use a figura a seguir.



20. Luciana e Beatriz fizeram as provas de (inglês, matemática, história, física) preparatórias para um vestibular. As notas delas foram (6, 8, 5, 9) e (7, 6, 6, 8) e as médias das notas no preparativo foram (5, 6, 7, 8) com desvios padrões (2, 3, 4, 5). A fórmula

para obter as notas padronizadas ( $z$ ) a partir das notas ( $x$ ) é

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}.$$

Calcule as notas padronizadas das alunas em cada prova. Qual das alunas foi melhor considerando a soma das notas padronizadas?

21. A tabela abaixo contém as áreas abaixo da curva da distribuição normal padrão entre 0 e  $z$ , ou seja

$$P(0 < Z \leq z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du.$$

	0	0,05
0	0,0000	0,0199
0,1	0,0398	0,0596
0,2	0,0793	0,0987
0,3	0,1179	0,1368
0,4	0,1554	0,1736
0,5	0,1915	0,2088
0,6	0,2257	0,2422
0,7	0,2580	0,2734
0,8	0,2881	0,3023
0,9	0,3159	0,3289
1	0,3413	0,3531
1,1	0,3643	0,3749
1,2	0,3849	0,3944
1,3	0,4032	0,4115
1,4	0,4192	0,4265
1,5	0,4332	0,4394
1,6	0,4452	0,4505
1,7	0,4554	0,4599
1,8	0,4641	0,4678
1,9	0,4713	0,4744
2	0,4772	0,4798

Faça uso da tabela e obtenha:

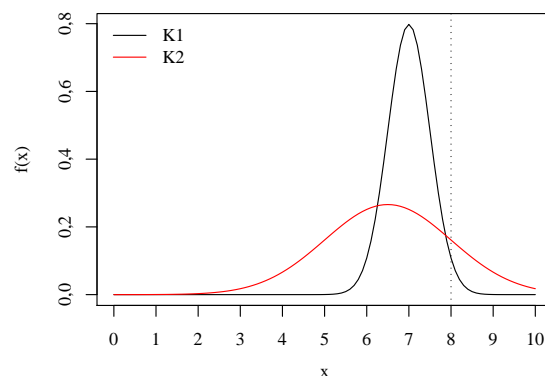
- $P(0 < Z \leq 1)$ ;
- $P(0 < Z \leq 2)$ ;
- $P(-1 < Z \leq 1)$ ;
- $P(-2 < Z \leq 0,55)$ ;
- $P(-1,95 < Z \leq 1,95)$ ;
- $P(0,10 < Z \leq 0,50)$ ;

22. Suponha que um índice econômico seja uma variável aleatória ( $X$ ) bem descrita pela distribuição normal com  $\mu = 30$  e  $\sigma = 4$ . Calcule o escore  $z$  para os valores de  $x$  igual à 10, 20, 33, 36, 40 e 50.

23. Suponha que o retorno de um investimento tenha distribuição normal com  $\mu = \text{R\$ } 200$  e  $\sigma = \text{R\$ } 300$ . Qual a probabilidade de um dia de negócios fechar em prejuízo? Qual a probabilidade de fechar em lucro superior à  $\text{R\$ } 300$ ? Qual a probabilidade de fechar em lucro superior à  $\text{R\$ } 500$ ? Use a tabela de distribuição normal disponível em <http://www.leg.ufpr.br/~paulojus/restrito/dicas/tabelasEST.pdf>

24. Uma máquina é usada para fazer a mistura das cores preta e azul usada em carros. O dosador deve misturar uma quantidade  $\mu$  de tinta preta em cada 10 litros de azul para obter a cor desejada. A quantidade de tinta  $X$  liberada pela máquina tem distribuição normal com  $\sigma = 100$  mL. Se mais que 800 mL de tinta são adicionados a cor resultante não pode ser utilizada. Determine qual deve ser o valor de  $\mu$  para que haja apenas o descarte de 2,5% das tintas geradas. Caso queira consulte uma tabela online <http://www.danielsoper.com/statcalc/calc19.aspx>

25. A nota dos alunos de duas turmas que cursam a disciplina de Estatística, K1 e K2, têm distribuição normal com médias  $\mu_1 = 7$  e  $\mu_2 = 6,5$  e desvios padrões de  $\sigma_1 = 0,5$  e  $\sigma_2 = 1,5$ . Em qual das duas turmas é mais provável amostrar um aluno com nota superior à 8? Quais são essas probabilidades?



Consulte as tabelas online<sup>1,2,3,4</sup> para cálculo das áreas abaixo da curva da distribuição normal e de outras distribuições que serão úteis em Inferência Estatística.

<sup>1</sup><http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/otherapplets/pvalues.htm>

<sup>2</sup><http://www.danielsoper.com/statcalc/calc20.aspx>

<sup>3</sup><http://faculty.vassar.edu/lowry/tabs.html>

<sup>4</sup><http://user.cs.tu-berlin.de/~ulfi/cgi-bin/r-online/r-online.cgi>