

Lista de exercícios

Estatística I - Agronomia (2011)

(30 de novembro de 2011)

Prof. Walmes M. Zeviani & Fernanda B. Rizzato - Departamento de Estatística - UFPR



1 Parte III

1.1 Inferência Estatística

1.1.1. Para uma população normal com variância conhecida σ^2 , responda as seguintes questões:

- qual o nível de confiança para o intervalo $\bar{x} - 2.14\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 2.14\sigma/\sqrt{n}$?
- qual o nível de confiança para o intervalo $\bar{x} - 2.49\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 2.49\sigma/\sqrt{n}$?
- qual o nível de confiança para o intervalo $\bar{x} - 1.85\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + 1.85\sigma/\sqrt{n}$?

1.1.2. Considere a seguinte equação aplicada para obter um intervalo de confiança bilateral de $100(1 - \alpha)\%$ para o parâmetro μ de uma distribuição normal com variância conhecida σ^2 a partir de uma amostra aleatória de n observações:

$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n} \quad (1)$$

em que $z_{\alpha/2}$ é o ponto superior da distribuição normal padrão que delimita à sua direita $\alpha/2$ de área.

- qual o valor de $z_{\alpha/2}$ nessa equação que fornece 99% de confiança?
- qual o valor de $z_{\alpha/2}$ nessa equação que fornece 95% de confiança?
- qual o valor de $z_{\alpha/2}$ nessa equação que fornece 90% de confiança?

1.1.3. Deseja-se obter uma estimativa de intervalo de confiança para o rendimento de grãos de uma cultivar de feijão. Suponha que o rendimento seja normalmente distribuído desvio-padrão $\sigma = 20$. Encontre o IC para μ para os valores de níveis de confiança, tamanho de amostra e média amostral descritos abaixo:

- $100(1 - \alpha) = 95\%$, $n = 10$, $\bar{x} = 1000$;
- $100(1 - \alpha) = 95\%$, $n = 25$, $\bar{x} = 1000$;
- $100(1 - \alpha) = 99\%$, $n = 10$, $\bar{x} = 1200$;
- $100(1 - \alpha) = 99\%$, $n = 25$, $\bar{x} = 1200$.

1.1.4. Um engenheiro agrônomo está analisando a resistência do solo a penetração mecânica. A resistência à penetração é normalmente distribuída com variância $\sigma^2 = 100 \text{ psi}^2$. Um conjunto de 12 observações tomadas aleatoriamente em uma área apresentou resistência média $\bar{x} = 325 \text{ psi}$.

- construa um intervalo bilateral de confiança de 95% para a resistência à penetração;
- construa um intervalo bilateral de confiança de 99% para a resistência à penetração. Compare a amplitude desse intervalo com o obtido no item anterior.

1.1.5. Considerando as informações do exercício anterior, qual deveria ser o tamanho da amostra para que o inter-

valo de 99% apresentasse amplitude de no máximo 10 unidades?

1.1.6. Considere a seguinte equação aplicada para obter um intervalo de confiança bilateral de $100(1 - \alpha)\%$ para o parâmetro μ de uma distribuição normal com variância desconhecida para a qual usamos a estimativa s^2 (variância amostral), ambos obtidos a partir de uma amostra aleatória de n observações:

$$\bar{x} - t_{\alpha/2}s/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2}s/\sqrt{n} \quad (2)$$

em que $t_{\alpha/2}$ é o ponto superior da distribuição t de Student, com $n - 1$ graus de liberdade, que delimita à sua direita $\alpha/2$ de área. Considerando uma amostra aleatória de 15 elementos:

- qual o valor de $t_{\alpha/2}$ nessa equação que fornece 99% de confiança?
- qual o valor de $t_{\alpha/2}$ nessa equação que fornece 95% de confiança?
- qual o valor de $t_{\alpha/2}$ nessa equação que fornece 90% de confiança?

1.1.7. O tempo médio de atendimento em uma agência lotérica está sendo analisado por técnicos. Uma amostra de 40 clientes foi sistematicamente monitorada em relação ao tempo que levavam para serem atendidos, obtendo-se as seguintes estatísticas: tempo médio de atendimento de 195 segundos e desvio padrão de 15 segundos. Considerando que o tempo de utilização segue uma distribuição normal:

- faça uma estimação por intervalo para o tempo médio de utilização para toda a população de clientes da agência lotérica, utilizando um nível de confiança de 95%.
- o dono da agência garante que o tempo médio de atendimento é de 3 minutos (se for maior ele se compromete a contratar mais um atendente). Com base nos dados da amostra a afirmação do dono é verdadeira, ou ele deve contratar um novo atendente? Use um nível de significância de 1%?

1.1.8. Uma máquina produz bastões metálicos usados em um sistema de suspensão de automóveis. Uma amostra aleatória de 15 bastões é selecionada, sendo o diâmetro medido em cada elemento. Os dados (em milímetros) estão mostrados abaixo:

8.24	8.25	8.20	8.23	8.24
8.21	8.26	8.26	8.20	8.25
8.23	8.23	8.19	8.28	8.24

- encontre um intervalo de 95% para o diâmetro médio dos bastões;
- calcule um limite unilateral inferior de confiança de 95% para a média. Compare esse valor com o limite

inferior do intervalo bilateral do item anterior e discuta porque eles são diferentes.

1.1.9. Um grupo de 10 motoristas de táxi de uma companhia foi monitorado durante sua jornada de trabalho e seu consumo de gasolina em quilômetros por litro foi anotado (supõe-se que eles sigam uma distribuição normal). Foram então submetidos a um curso onde receberam instrução sobre “economia na direção” e foram novamente monitorados. Os resultados obtidos são suficientes para afirmar que o curso influenciou positivamente na economia de combustível?

Motorista	1	2	3	4	5	6	7	8
Antes	7.6	7.9	6.5	7.5	8.9	7.5	8.2	7.8
Depois	7.6	8.2	7.2	7.2	8.5	7.3	7.8	7.9

Faça um teste de hipóteses adequado para podermos concluir se o curso contribuiu para a economia de combustível, com uma confiança de 90%.

1.1.10. Considere a seguinte equação aplicada para obter um intervalo de confiança bilateral de $100(1 - \alpha)\%$ para o parâmetro σ^2 de uma distribuição normal a partir de uma amostra aleatória de n observações:

$$\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2} \quad (3)$$

em que $\chi_{\alpha/2}^2$ e $\chi_{1-\alpha/2}^2$ são os pontos distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade, que delimitam à sua direita $\alpha/2$ e $1-\alpha/2$ de área, respectivamente. Determine os percentis da distribuição para os seguintes níveis de confiança e tamanho de amostra:

- 0.95% e $n = 10$;
- 0.90% e $n = 20$;
- 0.99% e $n = 15$;

1.1.11. O conteúdo de açúcar em calda de pêssegos em lata é normalmente distribuído. Uma amostra aleatória de $n = 10$ latas resulta em um desvio padrão amostral de $s^2 = 4.8$ miligramas. Calcule um intervalo bilateral de confiança de 90% para σ .

1.1.12. A porcentagem de titânio em uma liga usada na fundição de aeronaves é medida em 51 peças selecionadas aleatoriamente. O desvio-padrão amostral é de $s = 0.37$. Construa um intervalo bilateral de confiança de 99% para σ .

1.1.13. O cruzamento entre duas linhagens de milho (homozigotas), L_1 e L_2 , gera uma população F_1 de plantas heterozigotas de mesma carga genética. Quando cultivadas, toda variação observada no rendimento de grãos é de causa ambiental. Do cruzamento ao acaso das plantas em F_1 obtém-se as plantas F_2 que apresentam variação genética devido à segregação. Quando cultivadas, a variação observada é de causa genética e também ambiental. Para o melhorista vegetal, é necessário quantificar quanto da variância observada é causada pela diferença em constituição genética dessa geração F_2 . Suponha que a variância para o rendimento na geração F_1 foi de $\sigma^2 = 50 \text{ kg}^2$

ha^{-2} . Para F_2 , em amostra aleatória de 40 plantas foi de $s^2 = 85 \text{ kg}^2 \text{ ha}^{-2}$. Obtenha um intervalo de confiança para σ^2 do rendimento de grãos para geração F_2 .

1.1.14. Considere a seguinte tabela de distribuição de frequência para uma amostra da variável aleatória X .

valores	0	1	2	3	4
frequências	42	30	31	11	4

Baseado nessas 100 observações, a distribuição de Poisson, com uma média de 1.2, é um modelo apropriado? Faça um procedimento de adequação de ajuste com $\alpha = 0.05$. O parâmetro da distribuição Poisson não foi estimado a partir da amostra. Considere isso para obter os graus de liberdade.

1.1.15. Considere a seguinte tabela de distribuição de frequência para uma amostra da variável aleatória X .

valores	0	1	2	3	4
frequências	4	21	10	13	2

Baseado nessas 50 observações, a distribuição de binomial, com $n = 6$ e $p = 0.25$, é um modelo apropriado? Faça um procedimento de adequação de ajuste com $\alpha = 0.05$. Os parâmetros da distribuição binomial não foram estimados a partir da amostra. Considere isso para obter os graus de liberdade.

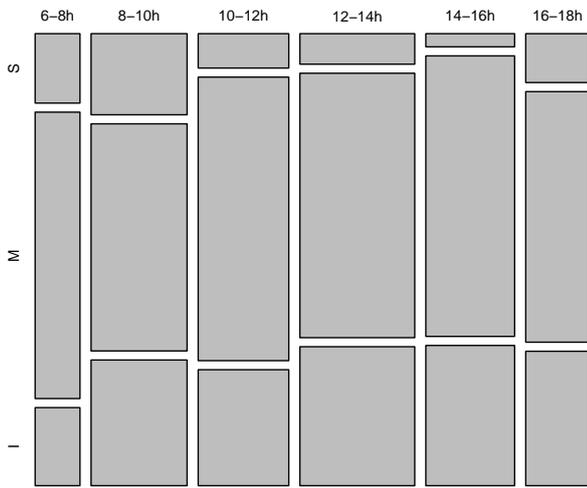
1.1.16. Seja X o número de garrafas cheias, de forma incompleta, em uma operação de enchimento de 24 garrafas contidas em uma caixa. Setenta e cinco caixas são inspecionadas e a seguinte distribuição de frequência é observada

valores	0	1	2	3
frequências	39	23	12	1

- considerando que a distribuição de X é binomial, quais são os parâmetros? Estime se necessário.
- baseado nessas 75 observações, a distribuição de binomial, é um modelo apropriado? Faça um procedimento de adequação de ajuste com $\alpha = 0.05$. Considere o número de parâmetros estimados a partir da amostra para obter o grau de liberdade.

1.1.17. Um engenheiro agrônomo decidiu investigar se existe alteração da distribuição de frequência de percejos em plantas de algodão em relação a hora do dia. Para isso foi ao campo em 6 intervalos de tempo e em cada contou o número de pervejos encontrados nos terços (superior, médio e inferior) de 20 plantas ao acaso. Os resultados estão resumidos na tabela a seguir. A figura fornece uma impressão visual dos dados observados.

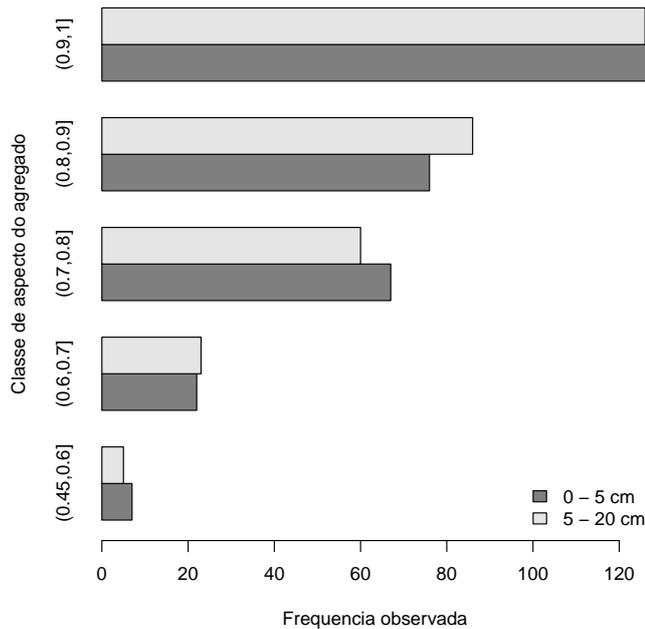
	6-8h	8-10h	10-12h	12-14h	14-16h	16-18h
S	8	20	8	9	3	8
M	33	56	66	78	64	41
I	9	31	27	41	32	22



Faça uma descrição da informação do gráfico. Teste a hipótese de que a distribuição do percevejo na planta é independente da hora do dia. Use $\alpha = 0.05$.

1.1.18. Um engenheiro agrônomo decidiu investigar se existe alteração da distribuição de frequência de tamanho de agregados solo em função da profundidade. Para isso foi ao campo e coletou amostras de solo em 2 profundidades (0-5, 5-20cm) e com auxílio de escaner e aplicativos para análise de imagens, determinou o índice de aspecto do agregado. Agronomicamente, o índice de aspecto está relacionado ao grau de compactação do solo. Os resultados estão resumidos na tabela a seguir. A figura fornece uma impressão visual dos dados observados.

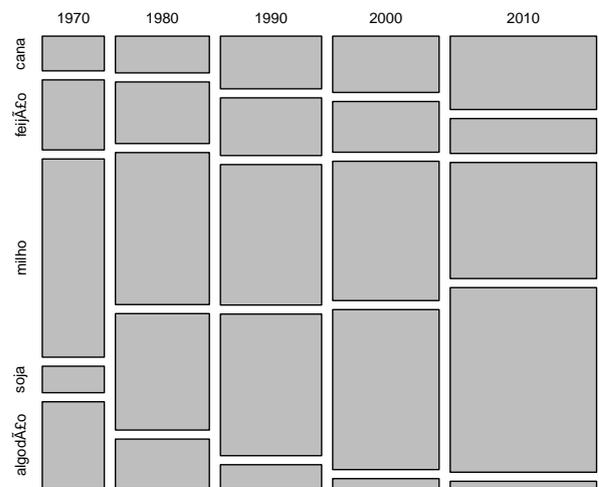
	(0.45,0.6]	(0.6,0.7]	(0.7,0.8]	(0.8,0.9]	(0.9,1]
0-5	7	22	67	76	128
5-20	5	23	60	86	126



Faça descrição da informação da figura. Teste a hipótese de que o aspecto dos agregados é independente da profundidade do solo. Use $\alpha = 0.10$.

1.1.19. Um engenheiro agrônomo especialista em economia rural quer investigar se houve mudança da área planta por 5 culturas no Brasil nas últimas 5 décadas. Para isso ele consultou a base de dados do www.ipeadta.gov.br. Os resultados extraídos do site estão resumidos na tabela a seguir. O valor em cada célula é a área em unidades de 100 mil hectares ocupada com cada cultura. A figura fornece uma impressão visual dos dados observados.

	1970	1980	1990	2000	2010	tot
cana	17.3	27.7	42.7	48.0	86.1	221.8
feijão	34.8	46.4	46.8	43.3	41.0	212.4
milho	98.6	114.5	113.9	118.9	136.3	582.2
soja	13.2	87.7	114.9	136.6	216.7	569.1
algodão	43.0	37.0	19.0	8.2	8.1	115.3
tot	206.9	313.4	337.4	355.0	488.2	1700.8



Com as informações da figura e os dados na tabela responda:

- quais as culturas que expandiram e reduziram a participação na área plantada?
- houve aumento da área cultivada com essas culturas de 1970 à 2010?
- teste a hipótese de independência entre a área ocupada pelas culturas e a década. Use $\alpha = 0.05$.

1.1.20. Considere o teste de hipótese $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contra $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$, com variâncias conhecidas $\sigma_1^2 = 10$ e $\sigma_2^2 = 5$. Suponha que os tamanhos amostrais sejam $n_1 = 10$ e $n_2 = 15$ e que $\bar{x}_1 = 4.7$ e $\bar{x}_2 = 7.8$. Use $\alpha = 0.05$ e aplique o teste de hipótese cuja estatística do teste é

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1). \quad (4)$$

1.1.21. Duas máquinas são usadas para encher garrafas de plástico que têm volume líquido de 16 onças. O volume de enchimento pode ser suposto ser normal, com desvio-padrão $\sigma_1 = 0.020$ e $\sigma_2 = 0.025$ onça. Um membro do grupo de engenheiros da qualidade suspeita que ambas as máquinas encham até o mesmo volume líquido médio, independente desse volume ser ou não 16 onças.

Uma amostra aleatória de 10 garrafas é retirada na saída de cada máquina.

máquina 1		máquina 2	
16.03	16.01	16.02	16.03
16.04	15.96	15.97	16.04
16.05	15.98	15.96	16.02
16.05	16.02	16.01	16.01
16.02	15.99	15.99	16.00

- a) você acha que o engenheiro está correto? Use $\alpha = 0.05$. Qual o valor p desse teste?
- b) obtenha o intervalo de confiança de 95% para a diferença de médias. Dê uma interpretação prática desse intervalo.

1.1.22. Um polímero é fabricado em uma batelada de um processo químico. Medidas de viscosidade são normalmente feitas em cada batelada e a longa experiência com o processo têm indicado que a variabilidade no processo é razoavelmente estável, com $\sigma = 20$. Quinze medidas de viscosidade são dadas a seguir:

724 718 776 760 745 759 795 756
742 740 761 749 739 747 742

Faz-se uma mudança no processo, que consiste em alterar o tipo de caralizador utilizado. Depois dessa mudança, oito medidas de viscosidade são feitas:

735 775 729 755 783 760 738 780

- a) formule e teste a hipótese apropriada, usando $\alpha = 0.10$. Quais são as suas conclusões? Qual o valor p para do teste?
- b) obtenha o intervalo de confiança de 90% para a diferença de viscosidades médias em cada batelada.

1.1.23. O diâmetro de bastões de aço, fabricado em duas máquinas extrusoras diferentes, está sendo investigado. Duas amostras aleatórias de tamanhos $n_1 = 15$ e $n_2 = 17$ são selecionadas e a médias e variâncias das amostras são $\bar{x}_1 = 8.73$, $s_1^2 = 0.35$, $\bar{x}_2 = 8.68$, $s_2^2 = 0.40$, respectivamente. Suponha que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ e que os dados sejam retirados de uma população normal.

- a) há evidência que confirme a afirmação de que as máquinas produzem bastões com diferentes diâmetros médios? Use $\alpha = 0.05$.
- b) construa um intervalo de confiança de 95% para a diferença do diâmetro médio dos bastões. Interprete o resultado.

1.1.24. Está sendo investigada a temperatura em que ocorre uma deflexão, devido à carga, em dois tipos diferentes de tubo plástico. Duas amostras aleatórias de 15 tubos são testadas e as temperaturas (em °F) observadas em que ocorrem a deflexão estão a seguir:

tipo 1: 206, 188, 205, 187, 194, 193, 207, 185, 189, 213, 192, 210, 194, 178, 205
tipo 2: 177, 197, 206, 201, 180, 176, 185, 200, 197, 192, 198, 188, 189, 203, 192

Os dados confirmam a hipótese de que a temperatura em que ocorre a deflexão do tubo 1 excede àquela do tipo 2? Considere que $\sigma_1 = \sigma_2$. Use $\alpha = 0.05$.

1.1.25. Dez indivíduos participaram de um programa de modificação alimentar para estimular a perda de peso. Seus pesos antes e depois da participação no programa são mostrados na tabela abaixo. Considere $\sigma_{\text{antes}} = \sigma_{\text{depois}}$.

indivíduo	antes	depois
1	195	187
2	213	195
3	247	221
4	201	190
5	187	175
6	210	197
7	215	199
8	246	221
9	294	278
10	310	285

- a) há evidência para confirmar a afirmação de que esse programa particular de modificação alimentar seja efetivo na redução do peso médio? Use $\alpha = 0,05$.
- b) há evidência para confirmar a afirmação de que esse programa particular de modificação alimentar resultará numa perda média de no mínimo 10 unidades? Use $\alpha = 0,05$.

1.1.26. O gerente de uma frota de carros está testando duas marcas de pneus radiais. Ele coloca, ao acaso, um pneu de cada marca nas rodas traseiras de oito carros e anda com os carros até que os pneus se desgastem. Os dados (em quilômetros) são mostrados a seguir. Encontre um intervalo de 99% para a diferença na vida média. Baseado nos seus calculos, qual marca você prefere?

carro	marca_1	marca_2
1	39.925	34.318
2	45.300	42.280
3	36.240	35.500
4	32.100	31.950
5	37.210	38.015
6	48.360	47.800
7	38.200	37.810
8	33.500	33.215

1.1.27. Na eleição presidencial de 2004, pesquisas no crítico estado de Ohio forneceram os seguintes resultados: para pessoas com grau universitário, 53% votaram em Bush e 46% votaram em Kerry. Havia 2020 pessoas consultadas.

- a) há diferença significativa nessas proporções? Use $\alpha = 0,05$. Qual o valor p .
- b) faça um intervalo de confiança de 95% para a diferença das duas proporções.

1.1.28. Um engenheiro agrônomo está avaliando a composição (areia, pedra, carvão) de um substrato para plantio de laranjeira em fase de viveiro. Avaliando dois substratos e semeando 150 sementes em cada tipo de substrato observou-se que 122 e 131 sementes germinaram

em cada substrato. Teste a hipótese de que em ambos substratos a proporção de germinação é a mesma.

1.1.29. Coleta-se uma amostra de 10 observações independentes de uma $N(\mu = 2, \sigma = 2)$. Determine a probabilidade de a média amostral:

- a) ser inferior a 1;
 - b) ser superior a 2.5;
 - c) estar entre 0 e 2;
-

1.1.30. Supõe-se que o consumo mensal de água por residência em um certo bairro paulistano tem distribuição Normal com média 10 e desvio padrão 2 (em m^3). Para uma amostra de 25 dessas residências, qual é a probabilidade de a média amostral não se afastar da verdadeira média por mais de $1 m^3$?

1.1.31. A máquina de empacotar um determinado produto o faz segundo uma distribuição normal, com média μ e desvio padrão 10 gramas.

- a) em quanto deve ser regulado o peso médio μ para que apenas 10% dos pacotes tenham menos do que 500 g?
 - b) com a máquina regulada, qual a probabilidade de que o peso total de 4 pacotes escolhidos ao acaso seja inferior a 2 kg?
-

1.1.32. A duração de chamadas telefônicas de uma cidade, originárias de telefones públicos, apresenta uma média de 4 minutos e uma variância igual a 10 minutos². Para uma amostra aleatória de 50 chamadas, qual a probabilidade delas, em média, não ultrapassarem 5 minutos?

1.1.33. Um fabricante afirma que sua vacina contra gripe imuniza em 80% dos casos. Uma amostra de 25 indivíduos que tomaram a vacina foi sorteada e testes foram feitos para verificar a imunização ou não desses indivíduos. Se o fabricante estiver correto, qual é a probabilidade da proporção de imunizados na amostra ser inferior a 0.75? E superior a 0.85?

1.1.34. A resistência de vigas de madeira utilizadas na construção está sendo estudada. O fornecedor atesta que em média cada viga resiste a 3 toneladas com desvio padrão de aproximadamente 2 toneladas. Vinte dessas vigas serão sorteadas para serem utilizadas numa obra. Considerando que é verdadeira a informação do fornecedor e supondo que o modelo Normal é adequado, pergunta-se:

- a) qual a probabilidade de uma dessas vigas suportar menos do que 1 tonelada?
 - b) qual a probabilidade de as vinte vigas suportarem, em média, pelo menos 2.5 toneladas?
-

c) qual a probabilidade em (b), considerando agora 40 vigas e sem fazer a suposição de normalidade para os dados.

1.1.35. Por analogia a produtos similares, o tempo de reação de um novo medicamento pode ser considerado como tendo distribuição Normal com desvio padrão igual a 2 minutos (a média é desconhecida). Vinte pacientes foram sorteados, receberam o medicamento e tiveram seu tempo de reação anotado. Os dados foram os seguintes (em minutos): 2.9, 3.4, 3.5, 4.1, 4.6, 4.7, 4.5, 3.8, 5.3, 4.9, 4.8, 5.7, 5.8, 5.0, 3.4, 5.9, 6.3, 4.6, 5.5 e 6.2. Obtenha um intervalo de confiança para o tempo médio de reação. Use $\gamma = 96\%$.

1.1.36. Uma amostra de 25 observações de uma Normal($\mu, 16$) foi coletada e forneceu uma média amostral de 8. Construa intervalos com confiança 80%, 85%, 90% e 95% para a média populacional. Comente as diferenças encontradas.

1.1.37. Será coletada uma amostra de uma população Normal com desvio padrão igual a 9. Para uma confiança de $\gamma = 90\%$, determine a amplitude do intervalo de confiança para a média populacional nos casos em que o tamanho da amostra é 30, 50 ou 100. Comente as diferenças.

1.1.38. Uma amostra de 100 cidades brasileiras, de até 20 mil habitantes, indicou que o valor médio da hora aula para os professores do ensino fundamental em escolas municipais é de R\$2.5. Obtenha um intervalo de confiança para o valor médio nacional da hora aula em cidades do tipo mencionado. Baseado em estudos anteriores, o desvio padrão é assumido ser igual a R\$1.1. Use $\gamma = 0,95$.

1.1.39. Numa pesquisa com 50 eleitores o candidato José João obteve 0.35 da preferência dos eleitores. Construa, para a confiança 94%, o intervalo de confiança para a proporção de votos a serem recebidos pelo candidato mencionado, supondo que a eleição fosse nesse momento.

1.1.40. Uma fábrica de automóveis anuncia que seus carros consomem, em média, 11 L por 100 km, com desvio padrão de 0.8 L. Uma revista resolve testar essa afirmação e analisa 35 automóveis dessa marca, obtendo 11.3 L por 100 km como consumo médio (considerar distribuição normal). O que a revista pode concluir sobre o anúncio da fábrica, no nível de 10%?
