CE-209: Inferência Estatística I
Listas de exercícios

Primeiro Semestre de 2003

Última atualização: 20 de janeiro de 2009

1^a lista de exercícios

1. Prove que se $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_1^n (x_i - \bar{x})$ é a variância amostral de uma $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$, então $U = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ tem uma distribuição χ^2_{n-1}.

2. Um engenheiro deseja estimar o rendimento médio de um processo químico baseado nas observações de rendimento X_1, X_2, X_3 obtidas de 3 repetições do experimento. Considere os dois estimadores do rendimento médio μ:

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} \quad \text{e} \quad T_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$$

   Encontre a esperança e a variância dos estimadores acima. Qual o melhor? Porquê?

3. Complete a seguinte afirmação:

   " Qualquer característica numérica de uma distribuição populacional é chamada de ....
   A Inferência Estatística lida com a obtenção de generalizações sobre o .... populacional a partir de uma análise de dados ...."

2^a lista de exercícios

1. Suponha que $X_1, X_2, ..., X_n$ seja uma a.a. de uma população N(μ, σ^2). Determine um estimador suficiente, não-viciado e consistente para cada um dos parâmetros μ e σ^2(considere os casos de μ conhecido ou não).

2. Descreva as quatro propriedades fundamentais dos estimadores: suficiência, consistência, não-tendenciosidade e eficiência (estimador de variância mínima).

3^a lista de exercícios

1. Considere uma a.a. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ de uma densidade Normal $N(\theta, \theta)$. Encontre uma estatística suficiente para θ (onde $\theta > 1$) pelo *teorema da Fatoração* e verifique também a sua consistência.

2. Com os dados do problema anterior decida entre os estimadores $\bar{X}$ e S^2 para estimar θ.

3. Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ a.a. $N(\mu, \sigma^2)$. Mostre que a estatística $T = \sum a_i X_i$ é não viciada. Indique ainda os valores de a_i para que T seja consistente.

4. Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória com densidade dada por $f_X(x;\theta) = \theta x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$ e $\theta > 0$. Verifique a consistência da estatística $\sum ln(x_i)$.
   Dica: Use integração por partes

4^a lista de exercícios

1. Encontre, pelo método dos momentos, o estimador do parâmetro , considerando uma a.a. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ com densidade dada por

$$f_X(x;\lambda) = \frac{3^\lambda}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-3x}\; I_{(0,\infty)}(x).$$

2. Seja uma a.a. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ da densidade abaixo:

$$f_X(x;\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta^2}} \exp\{-\frac{x^2}{2\theta^2}\}$$

   Encontre o estimador UMVU para o parâmetro θ^2.

3. Considere uma a.a. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ com densidade exponencial de parâmetro.

   (a) Encontre o estimador de M.V. de θ.

   (b) Encontre o estimador pelo método dos momentos de θ.

   (c) Encontre o estimador UMVU de θ^2.

   - Encontre uma estatística ótima para o parâmetro da função densidade abaixo.

$$f_X(x;\lambda) = \frac{x^{\lambda-1}}{\Gamma(x)}\; e^{-x}$$