CE-003: Estatística II - Turma: K/O, 2^a Prova (17/06/2015)

GRR: ________________ **Nome:** ____ **Turma:** ________

1. (2 pts) O tempo esperado (médio) de viagem de ônibus entre duas cidades é de 6 horas e 30 minutos com desvio padrão de 15 minutos.

   (a) Qual a probabilidade de que uma viagem tenha um atraso de mais que 20 minutos?

   (b) Se uma empresa faz 10 viagens por dia, qual a probabilidade de que tempo total das viagens seja superior a 67 horas?

Solução:
Notação:

$$\begin{aligned} X &: \text{tempo de viagem (em horas)} \\ X &\sim N(6,5; 0,25^2) \\ \overline{X} &: \text{tempo médio de 10 viagens (em horas)} \\ \overline{X}_{10} &\sim N(6,5; (0,25^2)/10) \end{aligned}$$

(a) $P[X > 6,5 + (20/60)] = P[Z > \frac{6,83-6,5}{0.25}] = P[Z > 27,33] = 0,0912$

(b) $P[\overline{X}_{10} > 6,7] = P[Z > \frac{6,7-6,5}{0.25/\sqrt{10}}] = P[Z > 84,75] = 0,00571$

$$\begin{aligned} X &: \text{tempo de viagem (em minutos)} \\ X &\sim N(390; 15^2) \\ \overline{X} &: \text{tempo médio de 10 viagens (em minutos)} \\ \overline{X} &\sim N(390; 15^2/10) \\ P[X > 410] &= 0,0912 \\ P[\overline{X} > 402] &= 0,00571 \end{aligned}$$

Solução computacional com o programa R:

```
> ita <- pnorm(6.5 + 20/60, mean=6.5, sd=0.25, lower=FALSE)
> itb <- pnorm(6.7, mean=6.5, sd=0.25/sqrt(10), lower=FALSE)
> ita1 <- pnorm(410, mean=390, sd=15, lower=FALSE)
> itb1 <- pnorm(402, mean=390, sd=15/sqrt(10), lower=FALSE)
```

---

2. (3 pts) Ainda no contexto da questão anterior, suspeitou-se que, com alterações nos trajetos e no trânsito, houve alteração nas características de tempo das viagens. Para investigar tomou-se uma amostra aleatória de 25 viagens. O tempo médio das viagens da amostra foi de 6 horas e 40 minutos e o desvio padrão de 24 minutos. Faça testes adequados para verificar se há evidência estatística de que houveram tais alterações. Caso tenham ocorrido forneça as estimativas intervalares (com confiança de 95%) para o(s) parametro(s) alterado(s).

Solução:
Solução computacional com o programa R:

```
> ## Teste para variância
> (chi2c <- (25-1)*(24^2)/(15^2))

[1] 61,44

> (chi2t <- qchisq(c(0.025, 0.975), df=25-1))

[1] 12,40 39,36
```

```
> (ICsigma <- sqrt((25-1)*(24^2)/qchisq(c(0.975, 0.025), df=25-1)))

[1] 18,74 33,39

> ## Teste para média
> (tc <- (400-390)/(24/sqrt(25)))

[1] 2,083

> (tt <- qt(c(0.025, 0.975), df=25-1))

[1] -2,064  2,064

> (pvalor <- 2*pt(tc, df=25-1, lower=FALSE))

[1] 0,04804

> (ICmu <- 400 + qt(c(0.025, 0.975), df=25-1) * 24/sqrt(25))

[1] 390,1 409,9
```

---

3. (2 pts) Dois medicamentos foram testados para comparar a sua eficácia no controle de infecções bucais. Para isto pacientes com infecção receberam o tratamento com um deles, selecionado aleatoriamente. O medicamento A foi utilizado em 80 pacientes tendo sido efetivo no controle para 63 deles. O medicamento B foi efetivo em 42 dentre os 55 que o receberam. Baseados nestes resultados, use um procedimento adequado para verificar se há evidência estatística de que haja diferença na eficiência dos medicamentos.

   Solução:

---

4. (1 pt) Deseja-se fazer uma pesquisa para estimar a proporção de indivíduos de uma população que conhece um determinado aplicativo para telefones celulares. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que o erro da estimativa seja de no máximo 3% com 95% de confiança?
   (Resolva sob a suposição de que será tomada uma amostra aleatória simples)

   Solução:

$$
\begin{aligned}
\hat{p} &\sim \mathrm{N}\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right) \\
\text{M.E.} &= z_{0,975}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \\
n &= \left\lceil \frac{z_{0,975}^2 p(1-p)}{\text{M.E.}^2} \right. \\
&\text{usando } p = 0,5 \\
n &= \left\lceil \frac{1,96^2 0,5(1-0,5)}{0,03^2} \right. \\
n &= 1068
\end{aligned}
$$

---

5. (2 pts) Suponha que os dados a seguir foram obtidos em um estudo e deseja-se explicar o comportamento da variável Y pelos valores de uma outra variavel X pelo modelo $Y = \theta X + \epsilon$. Encontre a expressão do estimador de mínimos quadrados de θ e obtenha o valor da estimativa para o seguinte conjunto de dados.

X	2,0	2,5	4,0	4,8	5,6	8,2
Y	6,2	7,0	12,5	14,4	18,0	23,0

Solução:

$$
\begin{aligned}
Q &= \sum_{i=1}^{n} \epsilon^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \theta X_i)^2 \\
\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\theta} &= \sum_{i=1}^{n} 2X_i(Y_i - \theta X_i) \\
\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\theta} &= 0 \longrightarrow
\end{aligned}
$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i(Y_i - \hat{\theta}X_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_iY_i - \hat{\theta}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = 0$$

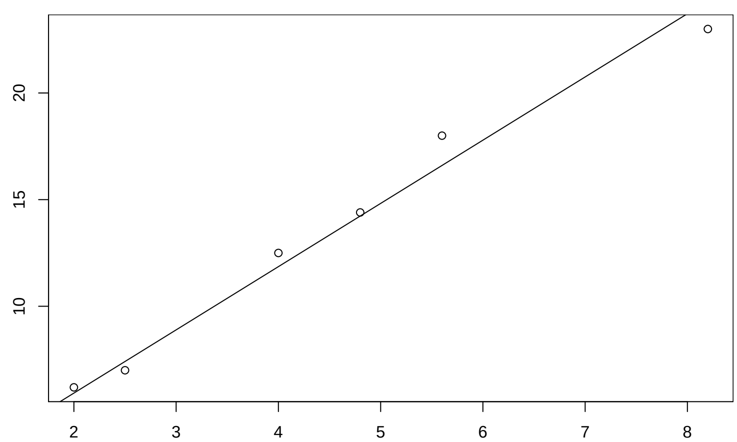
e o estimador é:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_iY_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}$$

Obtendo o valor da estimativa:

X_i	2,0	2,5	4,0	4,8	5,6	8,2
Y_i	6,2	7,0	12,5	14,4	18,0	23,0
X_iY_i	12,4	17,5	50	69,12	100,8	188,60
X_i^2	4	6,25	16	23,04	31,36	67,24

$$\hat{\theta} = \frac{438,42}{147,89} = 2,96$$



Solução computacional com o programa R:

```
> par(mar=c(3,3,0,0))
> X <- c(2.0, 2.5, 4.0, 4.8, 5.6, 8.2)
> Y <- c(6.2, 7.0, 12.5, 14.4, 18.0, 23.0)
> plot(Y ~ X)
> (reg <- lm(Y ~ X + 0))

Call:
lm(formula = Y ~ X + 0)

Coefficients:
   X
2,96

> abline(reg)
```