

CE-003: Estatística II - Turma: K/O, 1ª Prova (06/05/2015)

GRR: _____ Nome: _____ Turma: _____

1. (2 pts) Dois profissionais vão tentar resolver um problema e cada um deles pode ou não conseguir resolver. A chance do primeiro resolver é de 60% e do segundo 45%. Neste contexto responda às questões abaixo, fazendo suposições se necessário.
 - (a) Por que este pode ser considerado um experimento aleatório?
 - (b) Qual o espaço amostral?
 - (c) Qual a probabilidade de que ambos resolvam o problema?
 - (d) Qual a probabilidade de que o problema seja resolvido?
 - (e) Foi necessária alguma suposição para para resolver os itens anteriores? Se positivo, qual suposição?

Solução:

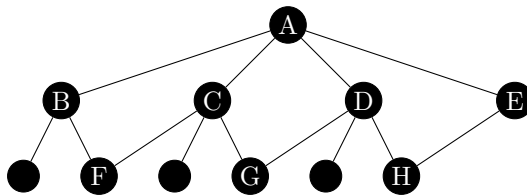
Notação:

$$A : \text{o primeiro resolve o problema} \quad P[A] = 0,60 \quad P[\bar{A}] = 0,40$$

$$B : \text{o segundo resolve o problema} \quad P[B] = 0,45 \quad P[\bar{B}] = 0,55$$

- (a)
- (b) $\Omega = \{(A, B), (A, \bar{B}), (\bar{A}, B), (\bar{A}, \bar{B})\}$
- (c) Supondo independência: $P[A \cap B] = P[A] \cdot P[B] = 0,60 \cdot 0,45 = 0,27$
- (d) Supondo independência: $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0,60 + 0,45 - 0,27 = 0,78$
- (e) Independência entre os profissionais, ou seja, a probabilidade de cada um resolver independe do problema ser ou não resolvido pelo outro.

2. (1 pt) Considere o grafo a seguir no qual os nós estão dispostos em três camadas. Deseja-se avaliar duas probabilidades: de, partindo de A, (i) chegar em F, (ii) chegar em G ou H. Serão dados dois passos e em cada passo seleciona-se aleatoriamente o movimento para um dos nós de uma camada inferior que esteja conectado ao nó atual.



Solução:

Seja w uma possível rota e denotamos por X os nós sem identificação.

Como para cada nó o sorteio é aleatório, a probabilidade de ir para cada um dos nós conectados na camada seguinte é a mesma.

As possíveis rotas e suas respectivas probabilidades estão na tabela a seguir.

w	(BX)	(BF)	(CF)	(CX)	(CG)	(DG)	(DX)	(DH)	(EH)
P[w]	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1}$

$$P[(*F)] = P[(BF)] + P[(CF)] = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{5}{24} = 0,208$$

$$P[(*G)] = P[(CG)] + P[(DG)] = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6} = 0,167$$

$$P[(*H)] = P[(DH)] + P[(EH)] = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} = 0,333$$

$$P[(*G) \cup (*H)] \stackrel{Mut.Exc.}{=} P[(*G)] + P[(*H)] = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} = 0,5$$

3. (1 pt) Sabe-se que em um sistema de transmissão de dados, uma tempestade causa, em média, a falha de transmissão de um pacote em cada 200. Transmitindo 500 pacotes nestas condições, qual a probabilidade que:

- (a) no máximo três pacotes não sejam transmitidos
- (b) todos sejam transmitidos

Solução:

X : número falhas de transmissão em 500 pacotes

$$X \sim B(n = 500, p = 1/200) \quad P[X = x] = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{(n-x)}$$

$$X \approx P(\lambda = 500 \cdot (1/200) = 2,5) \quad P[X = x] = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

- (a) $P[X \leq 3] = 0,7578$
- (b) $P[X = 0] = 0,0816$

4. (4 pts) A tabela a seguir apresenta as notas de matemática no vestibular e na disciplina de cálculo de alguns alunos selecionados ao acaso. Pretende-se examinar os desempenhos nestas provas e se há relação entre os desempenhos.

Aluno	Vestibular	Cálculo	Aluno	Vestibular	Cálculo
1	37	65	7	35	50
2	57	92	8	80	90
3	34	56	9	65	88
4	40	70	10	47	71
5	21	52	11	28	52
6	28	73	12	67	88

- (a) Calcule a mediana, quartis e amplitude interquartílica das notas de cálculo.
- (b) Calcule o coeficiente de variação das notas do vestibular e de cálculo.
- (c) Construa um diagrama "ramo-e-folhas" com todas as notas (vestibular e cálculo) e marque (sublinhe) nas "folhas" os dados da prova de cálculo.
- (d) Faça um gráfico com os diagramas "box-plot" das duas notas (um "boxplot" para cada).
- (e) Construa um gráfico adequado para representar os dados das duas provas conjuntamente. Calcule medida(s) de associação adequada(s).
- (f) Compare, interprete e discuta os resultados.

Solução:

- (a)

medianaV	q1V	q3V	AIQV
38,5	31,0	61,0	30,0
medianaC	q1C	q3C	AIQC
70,5	54,0	88,0	34,0

- (b)

mediaV	varianciaV	sdV
44,92	338,27	18,39
mediaC	varianciaC	sdV
70,58	255,17	15,97

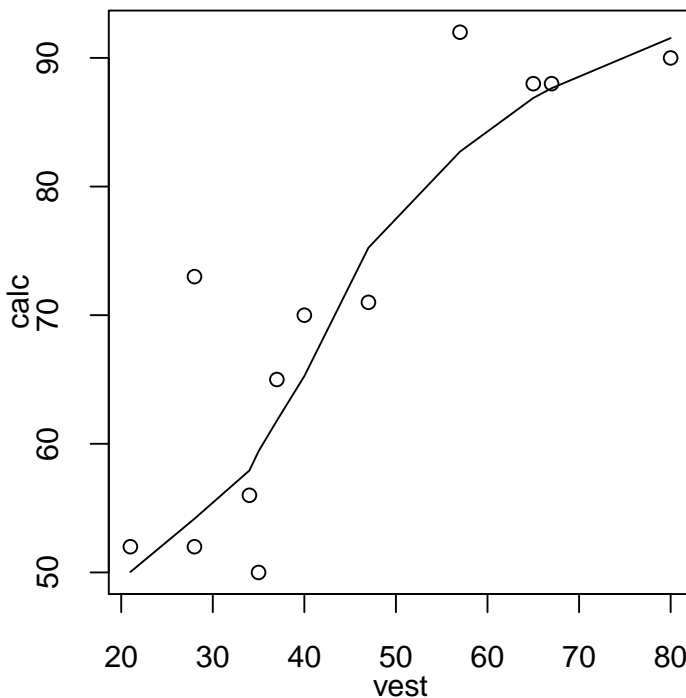
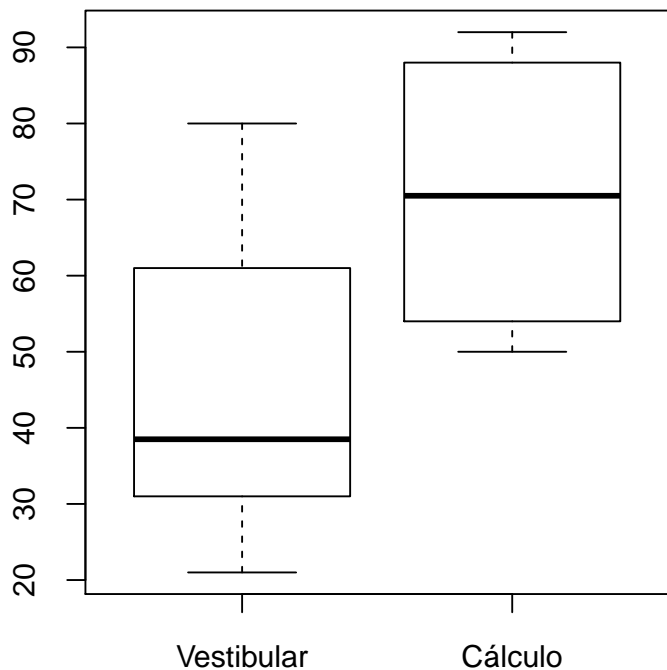
CVvestibular CVcalculo
 40,95 22,63

- (c) The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

2 | 188457
 4 | 0702267
 6 | 557013
 8 | 08802

The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

2 | 188
3 | 457
4 | 07
5 | 02267
6 | 557
7 | 013
8 | 088
9 | 02



(d)

(e) pearson kendall spearman
0,8675 0,6357 0,7750

(f) Comentários:

O CV permite comparar a variabilidade de grupos de diferentes médias, que é o caso neste exemplo. A medida Mostra que as notas de cálculo são mais homogêneas do que as do vestibular, em relação às suas médias, embora as variabilidade absolutas sejam semelhantes.

Os gráficos box-plot e ramo-e-folhas mostram valores nitidamente mais elevados para notas de cálculo, com variabilidades absolutas semelhantes, uma leve assimetria nas notas do vestibular com maior concentração de valores baixos e sem presença de observações discrepantes.

O diagrama de dispersão mostra uma relação ligeiramente não linear, positiva e sem presença de dados Discrepantes, embora com os dados dispostos em dois grupos separados de valores baixos e altos. Desta forma os diferentes coeficientes de correlação apresentam valores um pouco diferentes como de Pearson mais elevado devido à posição dos grupos distintos e moderada associação.

5. (2 pts) Os escores obtidos em um exame de proficiência se distribuem segundo a distribuição normal com média 400 e desvio padrão 45.

- (a) qual a percentagem de pessoas com escores acima de 350?
- (b) qual a percentagem de pessoas com escores entre 450 e 500?
- (c) qual a percentagem de pessoas com escores que não se afastem da média mais do que 30?
- (d) qual valor deve ter 80% dos escores abaixo dele?
- (e) mantendo-se a mesma média, quanto deveria ser o desvio padrão ter 10% dos escores acima de 500?

X : escores no exame e proficiência

$$X \sim N(400, 45^2)$$

- (a) $P[X > 350] = 0,1201 \rightarrow 86,67\%$
- (b) $P[450 < X < 500] = 0,1201 \rightarrow 12,01\%$
- (c) $P[|X - 400| < 30] = P[370 < X < 430] = 0,495 \rightarrow 49,5\%$
- (d) $P[X < a] = 0,8 \rightarrow a = 437,9$
- (e) $P[X > 500 | \mu = 400, \sigma] = 0,1 \rightarrow \sigma = 78$

Solução computacional com o programa R:

```
> (ita <- round(pnorm(350, 400, 45, low=F),dig=4))
```

```
[1] 0,8667
```

```
> (itb <- round(diff(pnorm(c(450, 500), 400, 45)),dig=4))
```

```
[1] 0,1201
```

```
> (itc <- round(diff(pnorm(c(370, 430), 400, 45)),dig=4))
```

```
[1] 0,495
```

```
> (itd <- round(qnorm(0.8, 400, 45), dig=1))
```

```
[1] 437,9
```

```
> (ite <- round((500-400)/qnorm(0.90), dig=1))
```

```
[1] 78
```
