CE-003: Estatística II - Turma: AMB/K/O, 2^a Prova (09/06/2014)

GRR: ________________ **Nome:** ____ **Turma:** ________

1. O tempo que passageiros esperam no balcão de *check-in* de uma cia aérea é uma variável aleatória com média de 13,5 minutos e desvio padrão de 1,8 minutos. Vai ser tomada uma amostra aleatória do tempo de espera de 36 passageiros. Encontre a probabilidade:

   (a) do tempo de espera de um passageiro escolhido ao acaso ser maior que 15 min;

   (b) do tempo médio dos 36 passageiros estar acima de 15 min;

   (c) do tempo médio de atendimento dos 36 passageiros estar entre 13 e 14 minutos.

   (d) Se o tempo médio de espera fosse desconhecido e a ser estimado pela amostra, qual seria a amplitude do intervalo de confiança a 95% ?

   (e) Suponha agora que a amostra dos tempos dos 36 foi tomada para verificar se houve alteração no tempo médio de espera. Use um procedimento estatístico adequado para verificar se é possível afirmar se houve alteração, para um tempo médio na amostra de 14,4 minutos?

   Solução:

$$X \sim N(\mu = 13,5, \sigma^2 = 1,8^2)$$
$$\bar{X_{36}} \sim N(\mu = 13,5, \sigma^2 = 1,8^2/36)$$

   (a) $P(X > 15) = P(Z > \frac{15-13,5}{1,8}) = P(Z > 0,833) = 0,202$

   (b) $P(\bar{X} > 15) = P(Z > \frac{15-13,5}{1,8/\sqrt{36}}) = P(Z > 5) = 3e-07$

   (c) $P(13 < \bar{X} < 14) = P(\frac{13-13,5}{1,8/\sqrt{36}} < Z < \frac{14-13,5}{1,8/\sqrt{36}}) = P(-1,667 < Z < 1,667) = 0,904$

   (d)

$$\begin{aligned} \text{M.E.} &= z_{0,95}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \text{M.E.} &= 1,96\frac{1,8}{\sqrt{36}} \\ \text{M.E.} &= 0,588 \\ \text{amplitude} &= 2 \cdot \text{M.E.} = 1,18 \end{aligned}$$

   (e) Duas possíveis soluções: pode-se obter um intervalo de confiança para estimativa e verificar se o intervalo inclui o valor 13,5 ou efetuar um teste de hipótese. Apresenta-se a seguir a segunda solução.

$$\begin{aligned} H_0 : \mu = 13,5 \text{ vs } H_a &: \mu \neq 13,5 \\ \alpha &= 0,05 \\ z_c &= \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{14,4 - 13,5}{1,8/\sqrt{36}} = 3 \\ \text{valor} - \text{p} &= 0,0027 \\ & \text{rejeita-se } H_0 \\ & \text{para o nível de significância de 5\%,} \\ & \text{afirma-se que a média se alterou} \end{aligned}$$

---

2. Considere os dados a seguir.

```
13,4 3,8 4,7 5,6 4,8 6,8 7,2 4,2 16,7 5,9 17,4 2,7 8,1 17,5 5,5 7,6 9,6 5,6 4,7 3,7 4,2 7,5 2,7 7,7 18,3
```

   (a) Calcule a média e mediana dos dados.

(b) Calcule os quartis.

(c) Calcule o desvio padrão e o coeficiente de variação.

(d) Faça um histograma dos dados.

(e) Faça um gráfico *box-plot*.

(f) Faça um diagrama *ramo-e-folhas*.

(g) Caracterize/descreva as principais características da distribuição dos dados.

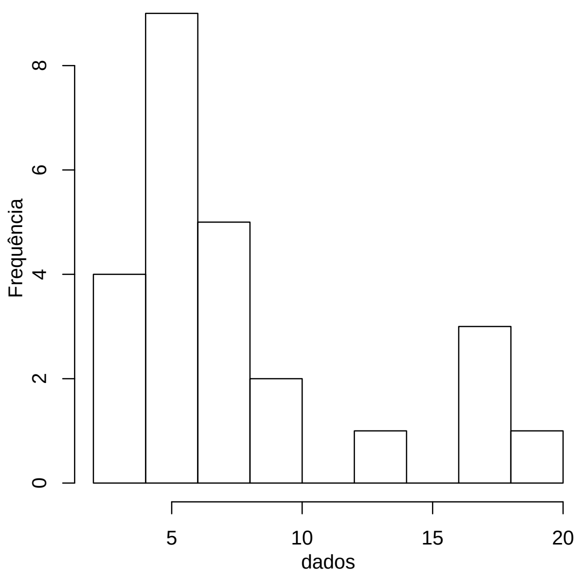
Solução:

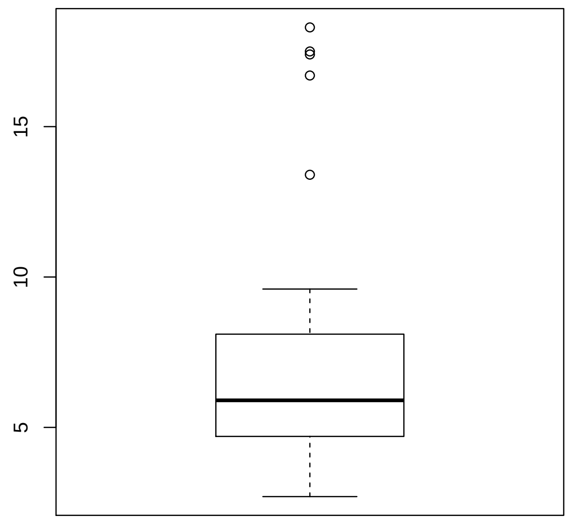
(a) $\overline{x} = 7,84 \quad \text{md} = 5,9$

(b) $Q_1 = 4,7 \quad Q_1 = 8,1$

(c) $S = 4,87 \quad \text{CV} = 82,6$

d) e)





f)

```
The decimal point is at the |

 2 | 7778
 4 | 227785669
 6 | 82567
 8 | 16
10 |
12 | 4
14 |
16 | 745
18 | 3
```

(d) Comentários:

---

3. Uma locadora de veículos que possui uma grande frota decide fazer um estudo sobre vários aspectos relacionados ao desempenho. Para isto vai tomar uma amostra aleatória de 25 de seus veículos para inspeções detalhadas. Várias características serão medidas, mas vamos aqui nos ater apenas ao consumo de combustível, supondo que a variância do consumo de toda a frota é de $6,25km/l$.

   (a) Qual a probabilidade do consumo médio aferido nos 25 veículos, diferir do consumo médio de toda a frota em mais que $0,5km/l$? E em mais que $1km/l$?

   (b) Qual a margem de erro na estimação do consumo médio da frota para uma confiança de 95%?

   (c) Qual deveria ser o tamanho da amostra para que a margem de erro fosse a metade da calculada no item anterior?

   (d) Se uma amostra (com $n = 25$) fornecer uma estimativa intervalar de $(11,1\,;\,12,3)km/l$, qual a confiança desta estimativa?

   (e) identifique no problema: a população variável aleatória de interesse, o parâmetro de interesse, o estimador, a distribuição amostral, a estimativa pontual e a estimativa intervalar.

Solução:

$$X : \text{consumo de veículo da frota}$$

Distribuição da variável aleatória (população):

$$X \sim \text{Dist.}(\mu_X = \text{E}[X], \sigma^2_X = \text{Var}[X])$$

distribuição amostral:

$$\overline{X} \approx \text{N}(\mu_{\overline{X}} = \mu_X, \sigma_{\overline{X}} = \sigma^2_X/n)$$

ou, equivalentemente,

$$\overline{X} - \mu \approx \text{N}(0, \sigma^2/n)$$

$$\sigma^2_X = 6,25 \; ; \; \sigma^2_{\overline{X}} = 0,25 \; ; \; \sigma_{\overline{X}} = 0,5$$

(a)

$$P[|\overline{X} - \mu| > 0,5] = P[\frac{|\overline{X} - \mu|}{\sigma} > 0,5/\sigma] = P[|Z| > 1] = 0,317$$

$$P[|\overline{X} - \mu| > 1] = P[\frac{|\overline{X} - \mu|}{\sigma} > 1/\sigma] = P[|Z| > 2] = 0,0455$$

(b)

$$ME = z_{0,95}\sigma_{\overline{X}} = z_{0,95}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$$

$$ME = 1,96\frac{2,5}{\sqrt{25}}$$

$$ME = 0,98$$

(c)

$$\frac{ME}{2} = z_{0,95}\sigma_{\overline{X}} = z_{0,95}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n^*}}$$

$$n^* = \lceil(\frac{2}{ME})^2 z^2_{0,95}\sigma^2_X$$

$$n^* = \lceil(\frac{2}{0,98})^2 1,96^2 6,25$$

$$n^* = 100$$

(d)

$$(11,1\,;\,12,3) \equiv 11,7 \pm 0,6$$

$$ME = z_{0,95}\sigma_{\overline{X}} = z_{0,95}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$$

$$0,6 = z_{1-\alpha}0,5$$

$$z_{1-\alpha} = \frac{0,6}{0,5}$$

$$1 - \alpha(\text{confiança}) = 0,77(77\%)$$

(e)

---

4. Considere que vai ser feito um estudo sobre o tempo de persistência de um determinado serviço medindo-se, por um ano, o intervalo de tempo entre interrupções. Os resultados serão utilizados para conclusões sobre este e outros serviços similares. Será considerado que os tempos seguem uma distribuição Weibull de probabilidades que possui densidade:

$$X \sim Wei(\alpha, \beta) \qquad f(x) = \frac{\alpha}{\beta}(x/\beta)^{\alpha-1}\exp\{-(x/\beta)^\alpha\} \quad x > 0.$$

Neste contexto identifique a população e a variável aleatória, a amostra, discuta suas características e limitações, as suposições que serão feitas, identifique os parâmetros a serem estimados e descreva como seriam os procedimentos para ao menos duas formas de estimação destes parâmetros.