LINEU ALBERTO CAVAZANI DE FREITAS

1

SEJA $X_1, X_2, \ldots, X_n$ AMOSTRA ALEATÓRIA INDEPENDENTES IDENTICAMENTE DISTRIBUÍDAS, ONDE $X_i \sim \text{Bernoulli}(\theta)$.

$T = \sum X$ é SUFICIENTE?

$$p_{\underset{\sim}{x}}(\underset{\sim}{x}, \theta) = \prod_{i=1}^{n=3} f(x_1, \theta) = \prod \theta^{x_i} = \theta^{\sum x_i} (1-\theta)^{n-\sum x_i} =$$

$$\left(\frac{\theta}{(1-\theta)}\right)^{\sum x_i} \times (1-\theta)^n$$

$$\boxed{\text{TMA NEYMAN FISHER} \Rightarrow p(\underset{\sim}{x}, \theta) = g(T(\underset{\sim}{x}), \theta) \cdot h(\underset{\sim}{x}))}$$

$$g(t, \theta) = \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)^{\sum x_i} \times (1-\theta)^n$$

$h(x_1, \ldots, x_n) = 1 \Rightarrow$ NÃO DEPENDE DE θ //

(2) SEJA (X_1, X_2, X_3) UMA AMOSTRA ALEATÓRIA DE UMA POPULAÇÃO BERNOULLI COM PARÂMETRO θ

$X_i \sim \text{Bernoulli}(\theta)$

$T = \sum x_i$ É SUFICIENTE PARA ESTIMAR θ?

$$P(\underline{X} / T=t) = P(X_1 = x_1, \ldots, X_n = x_n / T=t) =$$

$$\frac{P(X_1 = x_1, \ldots, X_n = x_n / T=t)}{P(T=t)} = \frac{\theta^{\sum x_i} (1-\theta)^{n-\theta \sum x_i}}{\binom{n}{t} \theta^t (1-\theta)^{n-1}} =$$

$$\frac{1}{\binom{n}{t}}$$

É SUFICIENTE POIS NÃO DEPENDE DE θ //

③

SEJA $(X_1, \ldots, X_n) \sim \text{Bernoulli}(\theta)$; ESTA DISTRIBUIÇÃO PERTENCE À FAMÍLIA EXPONENCIAL?

$$p(x,\theta) = \theta^{x}(1-\theta)^{1-x}\, \mathbb{1}_{x_i}(0,1)$$

$$= \exp\left\{ x\log\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) + \log(1-\theta)\right\} \mathbb{1}_{x_i}(0,1)$$

$$= \exp\left\{ \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\log\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) + n\log(1-\theta)\right\} \mathbb{1}_{x_i}(0,1)$$

BERNOULLI PERTENCE À FAMÍLIA EXPONENCIAL, E $\sum_{i=1}^{n} X_i$ É ESTATÍSTICA SUFICIENTE PARA θ. //

(4)

CONSIDERE 10 ENSAIOS DE BERNOULLI INDEPENDENTES COM PARÂMETRO p $(0 < p < 1)$ E A VARIÁVEL ALEATÓRIA X DEFINIDA PELA SOMA DOS VALORES OBSERVADOS NOS ENSAIOS. SUPONHA QUE A PARTIR DA AMOSTRA TENHA SIDO OBSERVADO O VALOR $X = 3$,

- QUAL A FUNÇÃO DE VEROSSIMILHANÇA PARA $X = 3$?

- QUAL A FUNÇÃO DE VEROSSIMILHANÇA NO CASO GERAL?

$X \sim Bin(10, p) \Rightarrow$ (SOMA DE BERNOULLIS = BINOMIAL)

- $L(\theta | x) = P(X=3) = \binom{10}{3} p^3 (1-p)^7$ //

- $L(\theta | x) = P(X=x) = \binom{10}{x} p^x (1-p)^{10-x}$ //