
CE085 - ESTATÍSTICA INFERENCIAL

Docente Eduardo Vargas Ferreira
Discente Jhenifer Caetano Veloso GRR20137558

13 de novembro de 2015

Lista de Exercícios

1. Seja $X_1, \dots, X_n$ uma amostra aleatória Poisson com parâmetro θ . Queremos testar $H_0 : \theta < \theta_0$ vs $H_1 : \theta > \theta_0$. Considere $\theta_0 > 0$.

a) $c(\theta)$ é monótono?

$$\begin{aligned} f(x; \theta) &= \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!} \\ \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) &= \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{e^{-\theta} \theta^{x_i}}{x_i!} \right\} \\ &= \frac{e^{-n\theta} \theta^{\sum x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \\ &= \frac{1}{\prod x_i!} e^{-n\theta} \theta^{\sum x_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\exp \left\{ \log \left(\frac{1}{\prod x_i!} e^{-n\theta} \theta^{\sum x_i} \right) \right\} \\ &= \exp \left\{ \log \left(\frac{1}{\prod x_i!} \right) + \log(e^{-n\theta}) + \log(\theta)^{\sum x_i} \right\} \\ &= \exp \left\{ \log \left(\frac{1}{\prod x_i} \right) + (-n\theta) + \sum x_i \log(\theta) \right\} \end{aligned}$$

Seja $c(\theta) = \log(\theta)$. Como a função $\log$ é crescente, então $c(\theta)$ é crescente monótona.

b) Obtenha a região crítica do Teste Uniformemente mais Poderoso.

Se $c(\theta) = \log(\theta)$ é monótona crescente e a estatística suficiente é $\sum_{i=1}^n x_i$. Então, pelo teorema, a região crítica é dada por:

$$\text{RC} = \left\{ (x_1, \dots, x_n) ; \sum_{i=1}^n x_i > K \right\}$$

2. O tempo médio, por operário, para executar uma tarefa tem sido 100 minutos, seguindo a distribuição normal. Introduziu-se uma modificação na execução da tarefa para diminuir este tempo, e, após certo período, sorteou-se uma amostra de 16 operários medindo-se o tempo de execução gasto por cada um. O tempo médio da amostra foi 91 minutos com desvio padrão de 12 minutos. Este resultado evidencia uma melhora no tempo gasto para realizar a tarefa? Apresente as conclusões ao nível de 5% de significância.

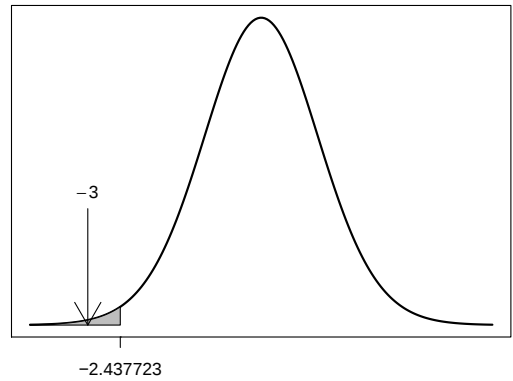
As hipóteses são:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 100 \\ H_1 : \mu < 100 \end{cases}$$

A estatística do teste é dada por:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

$$\begin{aligned} t_{obs} &= \frac{91 - 100}{12/4} \\ &= -3 \end{aligned}$$



Rejeita-se H_0 ao nível de 5% de significância e conclui que a modificação diminuiu o tempo de execução da tarefa.

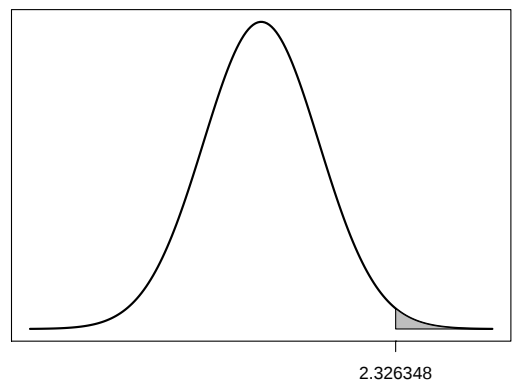
3. Considere uma amostra aleatória de tamanho 36 de uma distribuição normal com média μ e desvio padrão 1,8. Deseja-se testar $H_0 : \mu \leq 10$ vs $H_1 : \mu > 10$. Qual é o menor valor que a média amostral deverá assumir para o teste uniformemente mais poderoso de tamanho 1% rejeitar H_0 ?

A estatística do teste é dada por:

$$Z_{obs} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Substituindo o valor de z_{obs} pelo z_{tab} , ficaremos com:

$$\begin{aligned} 2,33 &= \frac{\bar{X} - 10}{\frac{1,8}{\sqrt{36}}} \\ 2,33 &= \frac{\bar{X} - 10}{0,3} \\ 0,699 &= \bar{X} - 10 \\ \bar{X} &= 10,699 \end{aligned}$$



Esse é o valor que iguala Z_{obs} ao Z_{tab} e para um valor de média amostral superior 10,7 H_0 será rejeitado.

4. Uma máquina de preenchimento automático é utilizada para encher garrafas com detergente líquido. Uma amostra aleatória de 20 garrafas resulta em uma variância da amostra do volume de enchimento de $s^2_{nbsp} = 0,0153$ onça fluída². Se a variância do volume de enchimento exceder 0,01 onças fluídas², existirá uma proporção inaceitável de garrafas cujo enchimento não foi completo ou foi em demasia. Há evidência nos dados sugerindo que o fabricante tenha algum problema com garrafas com falta ou excesso de detergente? Use $\alpha = 0,05$ e considere que o volume de enchimentos tem distribuição normal.

As hipóteses são:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 0,01 \\ H_1 : \sigma^2 > 0,01 \end{cases}$$

A estatística do teste é dada por:

$$Q = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_{(n-1)}^2$$

$$\begin{aligned} Q_{obs} &= \frac{(20-1)0,0153}{0,01} \\ &= 29,07 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p\text{-valor} &= P(Q > Q_{obs}) \\ &= P(Q > 29,07) \\ &= 0.064892 \end{aligned}$$

$0.064892 > 0,05$ então não rejeita H_0 . Ou seja, não há evidências de que a variância do volume de enchimento exceda 0,01 onça fluída²