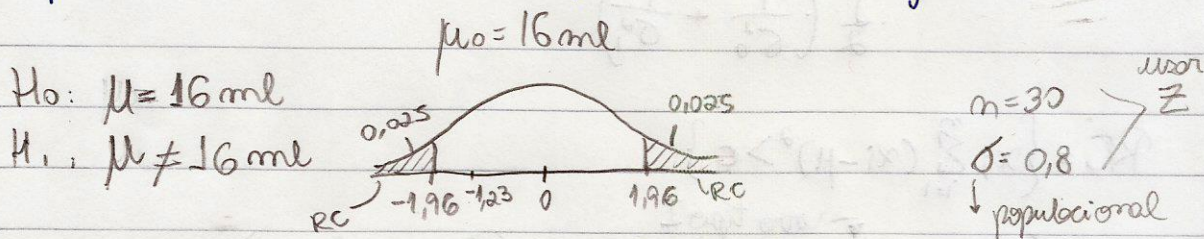


Arando Lucas Bordignon

Lista de Exercícios

① Peso médio de enchimento de linha de produção = 16ml por recipiente. O sobreenchimento e subenchimento são problemas sérios. De dados passados sabe-se que o desvio padrão é 0,8 ml. Um inspetor analisa 30 itens a cada 2 horas e deve tomar a decisão de parar a linha de produção por calibragem. Se a média amostral é 15,82, que atitude recomendaria, com nível de sign. = 5%.



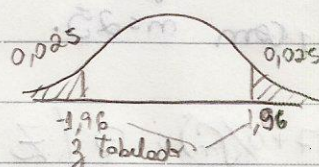
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{15,82 - 16}{0,8 / \sqrt{30}} = \boxed{Z = -1,23}$$

Não rejeita hipótese nula e continue linha de produção, com 95% de confiança. (P)

② Calcule o p-valor para o exercício acima.

$H_0: \mu = 16 \text{ ml}$

$H_1: \mu \neq 16 \text{ ml}$



P-Valor = $P(|\bar{X}| > |\bar{x}|)$

$$P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}\right) = P\left(\frac{\bar{X} - 16}{0,8 / \sqrt{30}} > \frac{15,82 - 16}{0,8 / \sqrt{30}}\right) = P(Z > -1,23)$$

P-valor

$$= 2P(Z > -1,23) = 2(1 - P(Z < -1,23)) = \boxed{0,2146} > \alpha$$

$2(1 - 0,8927) = 1,073$

③ $X_1, \dots, X_n$ a.i.d de tamanho n de v.a.

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ com μ conhecido. Ache o teste mais poderoso para testar $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ vs $H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$ ($\sigma_1^2 > \sigma_0^2$)

Lema de Neyman-Pearson

$$\frac{L_1(x)}{L_0(x)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma_1^2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma_0^2}}}$$

Equivalente a:

$$\sum_{i=1}^n x_i - \mu^2 > \frac{\log \left(K \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right)^n \right)}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right)} = c$$

$$RC = \left\{ x; \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 > c \right\}$$

$\alpha = P(X \in RC | H_0 \text{ é verd}) \Rightarrow \alpha = P\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 > c\right) =$

$$P\left(\sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma_0^2} > \frac{c}{\sigma_0^2}\right)$$

④ Sejam $X_1, \dots, X_n$ uma a.a $X \sim N(\theta, \sigma^2)$ com $\sigma^2 = 25$. (o var pop conhecido)

Teste $H_0: \theta \leq 17$, supondo que a regra de decisão é rejeitar H_0 somente se $\bar{X} > 17 + \sigma/\sqrt{n}$, com $n=25$. padronizando

F. Poder:

$$\pi(\theta) = P(\text{rej } H_0 | \theta) = P(\bar{X} > 17 + \sigma/\sqrt{n}) = P\left(Z > \frac{17 + \sigma/\sqrt{n} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$\pi(\theta) = P\left(Z > \frac{17 + 1 - \theta}{1}\right) = P(Z > 18 - \theta) \quad \sim N(0,1)$$

O tamanho do teste é dado por: * valor máx p. H_0 verd $\theta=17$

$$\sup_{\theta \leq 17} \left[P\left(Z > \frac{17 + \sigma/\sqrt{n} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \right] = \pi(17) = P(Z > 1) \approx 0,159$$