

Nome: Adalberto Pequeno de Azevedo
Inferência Prof: Eduardo

GRUPO 2013 7524
Curso: Estadística

Sejam $X_1, \dots, X_n$ uma amostra da variável aleatória X com f.d.p. dada por
 $f(x|\theta) = (1+\theta)x^\theta I_{(0,1)}(x) \quad \theta > 0$

Queremos o teste $H_0: \theta \leq \theta_0$ vs $H_1: \theta > \theta_0$

Encontre o teste WMP de nível α

$$f(x|\theta) = (1+\theta)x^\theta = \langle f(x|\theta) \rangle = (1+\theta)^n \prod_{i=1}^n x_i^\theta = e^{n \log(1+\theta) + \theta \sum_{i=1}^n \log(x_i)} I_{(0,1)}(x)$$

Usando Teorema, na qual, temos uma família exponencial

$f(x|\theta) = a(\theta) \cdot b(x) \exp\{c(\theta) T(x)\}$ e analisando se $c(\theta)$ é monotônica

Temos no exercício se usamos o teorema, mostramos pelo cálculo que é uma estatística suficiente e uma família exponencial, nisso $c(\theta)$ é monotonicamente crescente em θ a partir de k'

Com isso temos $P_\theta(T(x) \leq k') = \alpha$, isso igual, $P_{\theta_0}(T(x) \leq k') = \alpha$

2. Queremos o teste $H_0: \theta = \theta_0$ vs $H_1: \theta = \theta_1$, $\theta_0 > \theta_1$

Encontre o teste mais poderoso

$$\frac{L(\theta_0|x)}{L(\theta_1|x)} = \frac{(1+\theta_0)^n \prod_{i=1}^n x_i^{\theta_0} I_{(0,1)}(x_i)}{(1+\theta_1)^n \prod_{i=1}^n x_i^{\theta_1} I_{(0,1)}(x_i)} = \frac{(1+\theta_0)^n}{(1+\theta_1)^n} \cdot \frac{\prod_{i=1}^n x_i^{\theta_0 - \theta_1}}{\prod_{i=1}^n x_i^{\theta_0 - \theta_1}} \leq K \Rightarrow$$

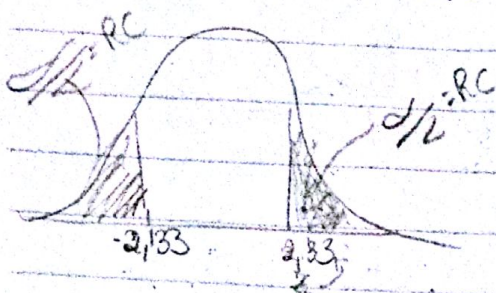
$$\frac{\prod_{i=1}^n x_i^{\theta_0 - \theta_1}}{\prod_{i=1}^n x_i^{\theta_0 - \theta_1}} \leq K \left(\frac{\theta_0 + 1}{\theta_1 + 1} \right)^n \Rightarrow \log \left(\prod_{i=1}^n x_i^{\theta_0 - \theta_1} \right) - \log \left(\prod_{i=1}^n x_i^{\theta_0 - \theta_1} \right) \leq K \left(\frac{\theta_0 + 1}{\theta_1 + 1} \right)^n \Rightarrow$$

$$\theta_0 \log \prod_{i=1}^n x_i - \theta_1 \log \prod_{i=1}^n x_i \leq K' \Rightarrow \log \left(\prod_{i=1}^n x_i \right) \leq \frac{K'}{(\theta_0 - \theta_1)} \Rightarrow \log(\prod_{i=1}^n x_i) \leq K''$$

O teste mais poderoso, é $P(\log \prod_{i=1}^n x_i \leq K'') = \alpha$

3) Uma amostra aleatória simples de tamanho $n=9$ extraída de uma população normal apresentou média igual a $\bar{x}=13,35$ e desvio padrão $s=3,1$. Deseja-se testar $H_0: \mu = 12,8$ vs $H_1: \mu \neq 12,8$

a) Determine a região crítica correspondente ao nível de significância $\alpha=0,02$



$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{13,35 - 12,8}{3,1/\sqrt{9}} = 0,53$$

b) Calcular o valor P

$$P = 2 \times P \left[\bar{X} \geq \mu + \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \right]$$

$$2 \times P \left(Z \geq \frac{13,35 - 12,8}{\frac{3,1}{3}} \right)$$

$$2 \times P(Z \geq 0,53)$$

$$= 2 \times [0,5 - \text{tab}(0,53)]$$

$$= 0,4038$$

R. Pelo que dois cálculos acima podemos admitir que não rejeitamos o H_0 .

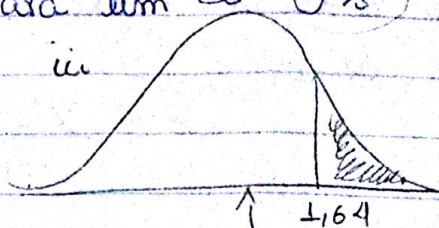
4) Um fabricante afirma que no máximo 10% dos seus produtos são defeituosos. Um órgão de defesa do consumidor testa uma amostra de 81 desses itens, detectando 13,8% de defeituosos.

a) Encontre a RC para um $\alpha = 5\%$

b) Calcule o valor P

i) $H_0: p = 0,10$

$H_1: p > 0,10$



$$Z_{obs} = \frac{0,138 - 0,10}{\sqrt{\frac{0,10 \times 0,90}{81}}} = 1,14$$

b) $P = P[Z_0 > 1,14] \sim N_0(0,1)$

$0,5 - \text{tab}(1,14) = 0,12714$

Pelos cálculos a cima, temos evidências suficiente para NÃO rejeitar H_0