

Probabilidades A

Teste 4

1. Assume-se que o tempo entre conexões a um servidor tem distribuição exponencial com média de 2,5 segundos.
 - (a) Qual a probabilidade de se passarem 10 segundos sem conexão alguma?
 - (b) Se já se passaram 2 segundos sem conexão, qual a probabilidade de se passarem mais 4 segundos adicionais sem conexão?

$$X \sim \text{Exp}(\lambda)$$
$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbf{I}_{(0, \infty)}(x) \quad F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Solução:

X : intervalo de tempo entre conexões (segundos)

$$X \sim \text{Exp}(\lambda = 1/2,5 = 2/5)$$

$$f(x) = \frac{2}{5} e^{-2x/5} \mathbf{I}_{(0, \infty)}(x) \quad F(x) = 1 - e^{-2x/5}$$

- (a) $P[X > 10] = \int_{10}^{\infty} f(x) dx = 1 - F(10) = 0,018$
- (b) $P[X > 6 | X > 2] = \frac{\int_6^{\infty} f(x) dx}{\int_2^{\infty} f(x) dx} = P[X > 4] = 1 - F(4) = 0,2$ (propriedade de falta de memória da exponencial)

2. Seja uma v.a. X com distribuição normal de média $\mu = 250$ e variância $\sigma^2 = 225$.
Obtenha:

- (a) $P[|X - \mu| > 25]$.
- (b) Qual deveria ser um novo valor da média μ para que $P[X < 240] \leq 0,10$?

Solução:

$$X \sim N(250, 15^2)$$

$$(a) P[|X - \mu| > 25] = P[X < 225 \cup X > 275] = P[X < -1,667] + P[X > 1,667] = 0,0956$$

$$(b) z = \frac{240 - \mu}{15} = -1,282 \longrightarrow \mu = 259,2$$