CE-084: Probabilidades A

Lista 6

1. Seja X uma v.a. com distribuição uniforme em $[-1,1]$ (Notação $X \sim U[-1,1]$). Isto significa que X tem função de densidade f e função de distribuição acumulada F dadas pelas fórmulas abaixo:

$$f(x) = \begin{cases} 1/2, & \text{se } -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < -1, \\ (x+1)/2, & \text{se } -1 \leq x \leq 1, \\ 1, & \text{c.c.} \end{cases} \cdot$$

   Calcule as probabilidades dos eventos:

   (a) $\{X \leq -2\}$;

   (b) $\{X < 0\}$;

   (c) $\{X = 0\}$;

   (d) $\{-1 \leq X < 0,8\}$;

   (e) $\{-4 \leq X < -0,8\} \cup \{0,5 \leq X < 0,8\}$.

2. Assuma que o tempo de duração X de uma consulta médica tenha distribuição exponencial com média de 10 minutos. Calcule a probabilidade dos seguintes eventos:

   (a) Uma consulta demorar 20 minutos no máximo;

   (b) Uma consulta demorar mais de 20 minutos;

   (c) Uma consulta demorar mais que o tempo médio;

   (d) $P[X > E(X)]$ para $X \sim Exp(\alpha)$, para todo $\alpha > 0$.

3. Suponha que a duração de uma componente eletrônica possui distribuição exponencial de parâmetro $\lambda = 1$. Calcule:

   (a) A probabilidade de que a duração seja menor que 10;

   (b) A probabilidade de que a duração esteja entre 5 e 15.

   (c) O valor t tal que a probabilidade de que a duração seja maior que t assuma o valor 0,01.

4. Seja T a v.a. contínua com distribuição exponencial de parâmetro 2, e seja X a v.a. discreta definida como:

$$X = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq T < 1, \\ 1, & \text{se } 1 \leq T < 2, \\ 2, & \text{se } 2 \leq T. \end{cases} \cdot$$

Determine a função de probabilidades de X.

5. O tempo de vida em horas X de um transistor é uma v.a. com função de densidade:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0, \\ 500e^{-500x}, & \text{se } x \geq 0. \end{cases}.$$

Calcule:

   (a) A função de distribuição acumulada;

   (b) Média e variância;

   (c) $P(X > x)$, para todo x real.

6. Assumindo que X possui distribuição $N(\mu; \sigma^2)$; calcule:

   (a) $P(X \leq \mu + 2\sigma)$;

   (b) $P(|X - \mu| \leq \sigma)$;

   (c) O escalar a tal que $P(\mu - a\sigma \leq X \leq \mu + a\sigma) = 0,99$;

   (d) O escalar a tal que $P(X > a) = 0,90$.

7. Considere o peso de um puma macho adulto como uma variável aleatória com distribuição $N(\mu, \sigma^2)$. Sabe-se que 33,0% destes animais tem peso inferior a $82,8kg$ e também que 0,4% tem peso superior a $98,25kg$. Calcule μ e σ.