

CE084 - Probabilidades A

Professor: Eduardo Ferreira
Monitora: Mariana M. Soares

Abril, 2016

Lista de Exercícios - Revisão Prova 1

1. Em um restaurante, três cozinheiros A, B e C preparam um tipo especial de bolo e com probabilidades respectivas de 0,01, 0,02 e 0,04 a massa do bolo não cresce. Sabe-se que o cozinheiro A prepara 50% desses bolos, B 25% e C 25%. Se uma massa de bolo não cresceu, qual a probabilidade de que tenha sido preparada pelo cozinheiro A?
2. Em um curso secundário, $\frac{1}{3}$ dos estudantes é do sexo masculino e $\frac{2}{3}$ dos estudantes é do sexo feminino. A proporção de rapazes que estudam ciências é 20% e apenas 10% das moças estudam ciências. Obtenha as probabilidades de que
 - a. um estudante escolhido ao acaso estude ciências.
 - b. um estudante de ciências selecionado ao acaso seja do sexo feminino.
3. Quatro números são sorteados ao acaso, sem reposição, do conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Calcule as probabilidades de que
 - a. os quatro números formem uma sequência (por exemplo: $\{2, 3, 4, 5\}$).
 - b. todos sejam maiores do que 5.
 - c. o número 0 seja escolhido dentre os 4.
 - d. pelo menos um número seja maior do que 7.
 - e. todos sejam ímpares.
4. Uma escola oferece três cursos optativos de idiomas: espanhol, francês e alemão. As turmas são abertas a qualquer um dos 100 alunos matriculados. Há 28 estudantes na turma de espanhol, 26 na turma de francês e 16 na turma de alemão. Há 12 alunos cursando espanhol e francês, 4 fazendo espanhol e alemão, e 6 cursando francês e alemão. Além disso, 2 estudantes acompanham os três cursos.
 - a. Se um aluno é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de que ele não acompanhe nenhum curso?
 - b. Se um estudante é escolhido aleatoriamente, qual a probabilidade de que ele esteja fazendo exatamente um dos cursos?
 - c. Se dois alunos são escolhidos ao acaso, qual a probabilidade de que pelo menos um deles esteja cursando uma língua?

5. Escolhe-se ao acaso um número entre 1 e 50. Se o número é primo, qual a probabilidade de que ele seja ímpar?
6. Quinze pessoas portadoras de determinada doença são selecionadas para se submeter a um tratamento. Sabe-se que este tratamento é eficaz na cura da doença em 80% dos casos. Suponha que os indivíduos submetidos ao tratamento curam-se (ou não) independentemente uns dos outros e considere X o número de curados dentre os 15 pacientes submetidos ao tratamento.
 - a. Qual a distribuição da variável X ?
 - b. Qual o valor esperado da variável X ? Interprete esse resultado.
 - c. Qual a probabilidade de que os 15 pacientes sejam curados?
 - d. Qual a probabilidade de que pelo menos dois pacientes não sejam curados?
7. Um livro é lido por três revisores de modo independente. As probabilidades de que eles detectem um erro específico são 0,92, 0,85 e 0,95, respectivamente. Calcule a probabilidade de que um erro específico seja detectado por
 - a. ao menos um revisor.
 - b. exatamente dois revisores.
8. Uma variável aleatória X tem a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1; \\ 0,2, & -1 \leq x < 2; \\ 0,5, & 2 \leq x < 5; \\ 0,7, & 5 \leq x < 6; \\ 0,9, & 6 \leq x < 15; \\ 1, & x \geq 15. \end{cases}$$

- a. Qual a função de probabilidade de X ?
- b. Determine as seguintes probabilidades:
 - i. $P(X \leq -2)$.
 - ii. $P(X < 2)$.
 - iii. $P(3 \leq X \leq 12)$.
 - iv. $P(X > 14)$.
9. Um certo equipamento é expedido em lotes de 500 unidades. Antes que uma remessa seja aprovada, um inspetor escolhe 5 desses equipamentos e os inspeciona. Se nenhum dos equipamentos inspecionados for defeituoso, o lote é aprovado. Se um ou mais equipamentos forem defeituosos, todas as unidades são inspecionadas. Suponha que existam, de fato, 10 equipamentos defeituosos no lote. Utilizando uma suposição conveniente, qual é a probabilidade de que seja necessário testar todos os equipamentos desse lote?

10. A resistência (em toneladas) de vigas de concreto produzidas por uma empresa comporta-se conforme a função de probabilidade abaixo:

Resistência	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,1	0,4	0,2	0,2

Admita que essas vigas são aprovadas para uso em construções se suportarem pelo menos 3 toneladas. De um grande lote fabricado pela empresa, escolhe-se 15 vigas ao acaso. Qual será a probabilidade se:

- a. Todas serem aptas para construções?
 - b. No mínimo 12 serem aptas?
11. Uma companhia de exploração de petróleo possui capital para financiar 10 explorações. A probabilidade de uma exploração ser bem-sucedida é 0,1. Assuma que as explorações são independentes.
- a. Encontre a média e a variância do número de explorações bem-sucedidas.
 - b. Suponha que esta companhia tenha fixado um custo inicial de preparação de equipamento anterior à primeira exploração em R\$20.000,00. Se cada exploração bem-sucedida custa R\$30.000,00 e cada mal-sucedida custa R\$15.000,00, encontre o custo esperado por essa companhia para as 10 explorações.
12. Goranson e Hall (1980) explicam que a probabilidade de detectar uma rachadura na asa de um avião é o produto de p_1 , a probabilidade de inspecionar um avião com uma rachadura na asa; p_2 , a probabilidade de inspecionar a parte da asa na qual a rachadura se encontra; e p_3 , a probabilidade de detectar o dano.
- a. Que suposições justificam a multiplicação dessas probabilidades?
 - b. Suponha $p_1 = 0,9$, $p_2 = 0,8$ e $p_3 = 0,5$ para uma certa frota de aviões. Se 3 aviões são inspecionados dessa frota, encontre a probabilidade de que uma rachadura na asa será detectada em pelo menos 1 avião.
13. Uma indústria de tintas recebe pedidos de seus vendedores através de fax, telefone e internet. O número de pedidos que chegam por qualquer meio (no horário comercial) é uma variável aleatória discreta com distribuição Poisson com taxa de 5 pedidos por hora.
- a. Calcule a probabilidade de haver mais de 2 pedidos por hora.
 - b. Em um dia de trabalho (8 horas), qual a probabilidade de haver 50 pedidos?
14. O número de erros cometidos por um digitador segue uma distribuição Poisson com uma média de quatro erros por página. Se mais de quatro erros aparecem em uma página, o digitador deve redigitar a página inteira. Qual a probabilidade de que uma página aleatoriamente selecionada não precise ser redigitada?
15. Um variável aleatória Y segue uma distribuição Poisson tal que $P(0) = P(1)$. Encontre $P(2)$.

16. Toda manhã, antes de iniciar a produção, o setor de manutenção de uma indústria faz a verificação de todo o equipamento. Por experiência, sabe-se que em 95% dos dias tudo está bem e a produção se inicia. Caso haja algum problema, uma revisão completa será feita e a indústria só começará a trabalhar após o almoço. Faça alguma suposição adicional que julgar necessária e responda:
- Qual a probabilidade de demorar 10 dias para a primeira revisão completa?
 - E de demorar pelo menos 15 dias?
 - Um esquema de manutenção, com revisão preventiva, está sendo montado de modo a evitar a revisão completa num dia aleatório. Determine um dia d , tal que a probabilidade de quebra além de d seja pelo menos igual a 0,06. Revisando com intervalos de d dias, o que esta indústria está garantindo?
17. A duração (em centenas de horas) de uma lâmpada especial segue o modelo Geométrico com parâmetro $p = 0,7$. Determine a probabilidade da lâmpada:
- Durar menos de 500 horas.
 - Durar mais de 200 e menos de 400 horas.
 - Sabendo-se que vai durar mais de 300 horas, durar mais de 800 horas.
18. Quantas vezes você esperaria lançar uma moeda honesta até obter a primeira cara?
19. Um livreiro descuidado mistura 4 exemplares defeituosos junto com outros 16 perfeitos de um certo livro didático. Quatro amigas vão a essa livraria para comprar seus livros escolares.
- Calcule a probabilidade de 3 levarem livros defeituosos.
 - Qual a probabilidade de, após a visita dessas meninas, restarem o mesmo número de defeituosos nessa livraria? E de não restar nenhum?
20. Em um estudo sobre o crescimento de jacarés, uma pequena lagoa contém 4 exemplares da espécie *jacaré-negro* e 5 da espécie *jacaré-coroa*. A evolução de peso e tamanho dos 9 jacarés da lagoa é acompanhada pelos pesquisadores através de capturas periódicas. Determine a probabilidade de, em três jacarés capturados de uma vez, obtermos:
- Todos da espécie *jacaré-negro*.
 - Nem todos serem da espécie *jacaré-coroa*.

Referências Bibliográficas

1. WACKERLY, Dennis D.; MENDENHALL III, William; SCHEAFFER, Richard L. **Mathematical Statistics with Applications**. 7.ed. Flórida: BROOKS/COLE, 2008.
2. MAGALHÃES, Marcos Nascimento; DE LIMA, Antonio Carlos Pedroso **Noções de Probabilidade e Estatística**. 7.ed. São Paulo: EDUSP, 2011.
3. LEBENSZTAYN, Élcio **Exercícios de Probabilidade**. São Paulo: UNICAMP, 2012. Disponível em <http://www.ime.unicamp.br/~lebensztayn/livro/Livro.pdf>.