

CE-084: Probabilidades A

Lista 3

1. Um alvo é feito com uma tábua quadrada pintada de branco, com exceção de um círculo no seu centro, que é pintado de preto. As regras de uma prova são definidas da seguinte forma: o atirador que acertar no centro preto ganha 18 pontos, se acertar na parte branca da tábua ganha 8 pontos e se não acertar na tábua perde 2 pontos.

(a) Um atirador atira no alvo: defina formalmente o espaço dos resultados deste experimento e a variável aleatória = número de pontos;

(b) O desempenho do atirador pode ser assim resumido:

$$P(\text{acertar no centro}) = 0.2 \text{ e } P(\text{acertar na parte branca}) = 0.7;$$

Calcule a média e variância do número de pontos para o atirador.

2. Seja X uma v.a. tal que:

$$P(\{X = -1\}) = 0.2; P(\{X = 0\}) = 0.1 \text{ e } P(\{X = 6\}) = 0.7.$$

(a) Ache as funções de probabilidade das v.a's: $Y = 3X + 2$, $Z = (-2)X + 1$ e $U = X^2$;

(b) Verifique que $E(3X + 2) = 3E(X) + 2$ e que $E[(-2)X + 1] = (-2)E(X) + 1$;

(c) Verifique que $Var(3X + 2) = 9Var(X)$ e que $Var[(-2)X + 1] = 4Var(X)$;

(d) Generalize as observações dos itens (b) e (c) para X qualquer v.a. discreta que assuma um número finito de valores e para qualquer função do tipo $W = a + bX$;

(e) Seja S uma v.a. tal que:

$$P(\{S = -1\}) = P(\{S = 7\}) = 0.3 \text{ e } P(\{S = 0\}) = P(\{S = 1\}) = 0.2.$$

Ache a função de probabilidade de S^2 .

3. Seja X é uma variável aleatória cuja função de distribuição acumulada F é dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < -3, \\ 0.2, & \text{se } -3 \leq x < 4, \\ 0.9, & \text{se } 4 \leq x < 8, \\ 1, & \text{se } x \geq 8. \end{cases}$$

(a) Use F para calcular as probabilidades dos seguintes conjuntos:

$$\{3 < X \leq 7\}; \{3 \leq X \leq 7\}; \{3 \leq X < 7\}; \{3 < X < 7\};$$

$$\{-3 < X \leq 5\}; \{-3 \leq X \leq 5\}; \{-3 \leq X < 5\}; \{3 < X < 5\};$$

$$\{X \leq 6\}; \{X < 6\}; \{X \leq 4\}; \{X < 4\}; \{X > 3\}; \{X \geq 3\};$$

$$\{X > 10\}; \{X \geq 10\}; \{X > 5\}; \{X \geq -5\}; \{X < -11\}, \{X \geq 20\};$$

(b) Ache a f.p. de X e com ela responda às perguntas do item (a).

(c) Calcule $E(X)$ e $Var(X)$.

4. Seja X uma variável aleatória discreta com

$$P(X = 0) = 0.25; P(X = 1) = 0.125; P(X = 2) = 0.125 \text{ e } P(X = 3) = 0.5.$$

(a) Grafique a função de probabilidade e a função de distribuição acumulada.

(b) Determine as seguintes probabilidades:

$$P(0 < X < 1); P(X \leq 2); P(X > 3); P(X > 2.5).$$

(c) Calcule o valor esperado e variância de X .

5. Com dados do último censo, a assistente social de um centro de saúde constatou que 20% das famílias não têm filhos, 30% têm um filho, 35% têm dois e as restantes se dividem igualmente entre três, quatro ou cinco filhos.

(a) Determine a função de distribuição acumulada da variável $N =$ número de filhos.

(b) Se uma família é escolhida aleatoriamente, qual a probabilidade de que o número de filhos seja maior ou igual a 2?

(c) Calcule o valor esperado e a variância de N .

6. Dada a função de distribuição acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 1, \\ 0.1, & \text{se } 1 \leq x < 2, \\ 0.3, & \text{se } 2 \leq x < 3, \\ 0.7, & \text{se } 3 \leq x < 4, \\ 0.8, & \text{se } 4 \leq x < 5, \\ 1, & \text{se } 5 \leq x. \end{cases}$$

Calcule a função de probabilidade da variável cuja f.d.a. é $F(\cdot)$.