CE-084: Probabilidades A

Lista 2

1. Sejam A e B eventos de Ω . Mostre que as seguintes afirmações são todas equivalentes:
 - (a) A e B são independentes;
 - (b) A e B^c são independentes;
 - (c) A^c e B^c são independentes;
 - (d) A^c e B são independentes;
2. Seja $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,8$ e $P(A \cap B) = 0,4$.
 - (a) A e B são eventos mutuamente exclusivos? Por quê?
 - (b) A e B são independentes? Por quê?
 - (c) Calcule $P(A \cup B)$.
 - (d) Calcule a $P(A|B)$ e $P(B|A)$ se $P(A \cap B) = 0,2$.
3. Sejam A e B duas características genéticas e suponha que a probabilidade de que um indivíduo selecionado ao acaso exiba A é $1/2$ e que ele exiba B é $3/4$. Assuma que estas características ocorram independentemente. Qual a probabilidade de que um indivíduo selecionado aleatoriamente exiba:
 - (a) Ambas;
 - (b) Nenhuma;
 - (c) Exatamente uma.
4. Uma urna contém duas bolas brancas (B) e três vermelhas (V). Duas bolas são extraídas ao acaso, uma após a outra, sendo registrada a sequência das cores. Considere cada uma das perguntas nas duas situações seguintes: (i) as bolas são extraídas com reposição; (ii) as bolas são extraídas sem reposição.
 - (a) Calcule $P(1^a B | 2^a V)$ e $P(1^a V | 2^a V)$
 - (b) Os eventos $\{2^a V\}$ e $\{1^a B\}$ são independentes?

5. Uma fábrica tem 3 máquinas M_1 , M_2 e M_3 que produzem a mesma peça, sendo que as mesmas respondem por 20%, 50% e 30% da produção total, respectivamente. Também é conhecida a proporção de peças defeituosas produzidas por cada uma delas: 15% na M_1 , 2% na M_2 e 20% na M_3 .

(a) Calcule a percentagem global de peças defeituosas;

(b) Se uma peça for defeituosa, qual a probabilidade de que tenha sido produzida pela M_1 , M_2 ou M_3 ?

(c) Calcule

$$\sum_{j=1}^3 P(\text{defeituosa}|M_j) \text{ e } \sum_{j=1}^3 P(M_j|\text{defeituosa}).$$

Uma soma vale 1 e a outra não. Explique o motivo;

(d) Quanto vale

$$\sum_{j=1}^3 P(M_j|\text{boa}).$$

Argumente sem fazer a conta.

6. 400 pessoas são classificadas segundo sexo e estado civil, obtendo-se a seguinte tabela:

	Solteiro (S)	Casado (C)	Desquitado (D)	Outros (O)
Feminino (F)	150	40	10	20
Masculino (M)	50	60	40	30

(a) Calcule $P(S|F)$, $P(C|F)$, $P(D|F)$ e $P(O|F)$;

(b) Verifique que: $P(S|F) + P(C|F) + P(D|F) + P(O|F) = 1$;

(c) Calcule $P(F|S)$ e $P(M|S)$.

(d) Verifique que $P(F|S) + P(M|S) = 1$;

(e) Apresente formalmente as distribuições de *estado civil*, *estado civil|F* e *estado civil|M*.

7. Suponha que a probabilidade de viver 70 ou mais anos é 0,6 e que a probabilidade de viver 80 ou mais anos é 0,2. Se uma pessoa faz 70 anos, qual é a probabilidade de que comemore o aniversário número 80?