

# Cálculo de probabilidades

## Teste 2

1. Um indivíduo vai participar de uma competição que consiste em responder questões que são lhe são apresentadas sequencialmente. Com o nível de conhecimento que possui, a chance de acertar uma questão escolhida ao acaso é de 75%. Neste contexto, para cada diferente situação apresentada a seguir, defina a variável aleatória, sua distribuição de probabilidades e calcule a probabilidade solicitada.
  - (a) Se for responder até errar uma pergunta, qual a probabilidade de conseguir acertar quatro ou mais questões?
  - (b) Se for responder cinco perguntas, qual a probabilidade de acertar quatro ou mais?
  - (c) Se for responder até acertar a terceira pergunta, qual a probabilidade de errar apenas uma?
  - (d) Se o candidato selecionar aleatoriamente seis questões (sem reposição) de um banco de 40 questões das quais o candidato sabe a resposta de 30 delas (75%), qual a probabilidade de acertar ao menos cinco delas.

$$\text{Se } X \sim B(n, p), \quad P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\text{Se } X \sim P(\lambda), \quad P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots;$$

$$\text{Se } X \sim Geo(p), \quad P(X = x) = p(1-p)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots;$$

$$\text{Se } X \sim BN(n; r, p), \quad P(X = n) = \binom{n-1}{r-1} p^r (1-p)^{n-r}, \quad n = r, r+1, \dots;$$

$$\text{Se } X \sim \text{Hipergeométrica}, \quad P(X = i) = \frac{\binom{m}{i} \binom{N-m}{n-i}}{\binom{N}{n}}, \quad i = 0, 1, \dots, \min(n, m).$$

**Solução:**

(a)

$X$  : Número de acertos até o primeiro erro

$$X \sim G(0, 25)$$

$$P[X \geq 4] = 1 - P[X \leq 3] = 1 - \sum_{i=0}^3 (1 - 0, 25)^i (0, 25) = 0, 316$$

(b)

$X$  : Número de acertos em cinco perguntas

$$X \sim B(n = 5, p = 0, 75)$$

$$P[X \geq 4] = P[X = 4] + P[X = 5] = \sum_{i=4}^5 \binom{5}{i} 0, 75^i (1 - 0, 75)^{5-i} = 0, 633$$

(c)

$X$  : Número de erros até o terceiro acerto

$$X \sim BN(r = 3, p = 0, 75)$$

$$P[X = 1] = \binom{3 + 1 - 1}{3 - 1} 0, 75^3 (1 - 0, 75)^1 = 0, 316$$

(d)

$X$  : Número de acertos nas seis questões selecionadas

$$X \sim HG(30, 10, 6)$$

$$P[X \geq 5] = P[X = 5] + P[X = 6] = \sum_{i=5}^6 \frac{\binom{30}{i} \binom{10}{6-i}}{\binom{40}{6}} = 0, 526$$