Lista de exercícios

Estatística I - Agronomia (2011) (25 de outubro de 2011)

Prof. Walmes M. Zeviani & Fernanda B. Rizzato - Departamento de Estatística - UFPR

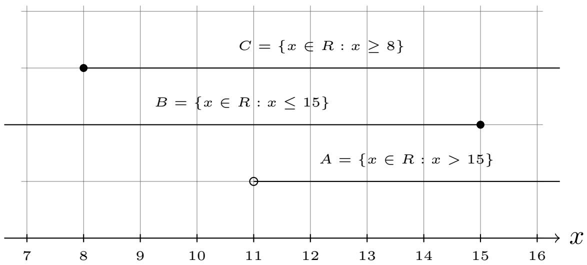
1 Parte I

1.1 Probabilidade

1.1.1. Uma balança digital é usada para fornecer peso em gramas. Qual o espaço amostral desse experimento? Seja A o evento em que um peso excede 11 gramas; seja B o evento em que um peso é menor que ou igual a 15 gramas e seja C o evento em que um peso é maior ou igual a 8 gramas. Descreva os seguintes eventos:

a) $A \cup B$;
b) $A \cap B$;
c) A^c;
d) $A \cup B \cup C$;
e) $(A \cup B)^c$;
f) $A \cap B \cap C$;
g) $B^c \cap C$;
h) $A \cup (B \cap C)$;

resp: $\Omega = \{x \in \mathbb{R}\}$, $A \cup B = \{x \in \mathbb{R}\}$, $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 11 < x \leq 15\}$, $A^c = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 11\}$, $A \cup B \cup C = \{x \in \mathbb{R}\}$, $(A \cup B)^c = \{\varnothing\}$, $A \cap B \cap C = \{x \in \mathbb{R} : 11 < x \leq 15\}$, $B^c \cap C = \{x \in \mathbb{R} : x > 15\}$, $A \cup (B \cap C) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 8\}$.



1.1.2. Análise foliar sem pecíolo de soja foram feitas e classificou-se as amostras quanto ao conteúdo de nitrogênio (N), fósforo (P) e potássio (K) em baixo, médio e alto. Os resultados de 100 amostras estão resumidos a seguir:

		N-baixo	N-médio	N-alto
P-baixo	K-baixo	4	5	6
	K-médio	2	5	6
	K-alto	0	1	1
P-médio	K-baixo	2	14	2
	K-médio	1	7	5
	K-alto	0	2	7
P-alto	K-baixo	0	2	5
	K-médio	1	4	9
	K-alto	0	0	9

Seja $N-$baixo o evento em que uma amostra apresenta baixo conteúdo de nitrogênio, e assim por diante. Determine o número de amostras em:

a) $N-$médio;
b) $K-$médio;
c) $N-$baixo $\cup P-$baixo;
d) $N-$baixo $\cap P-$baixo;
e) $N-$baixo$^c \cup P-$médio;
f) $N-$baixo$^c \cap P-$baixo$^c \cap K-$baixo^c;
g) $(N-$baixo $\cup P-$baixo $\cup K-$baixo$)^c$;

resp: 40, 40, 34, 6, 93, 43.

1.1.3. Uma fazenda de pecuária faz a rastreabilidade do rebanho atribuindo uma identificação de 4 caracteres hexadecimais $(a-f, 0-9)$ a cada animal. Seja A o evento em que uma identificação comece com uma vogal (a,e) e seja B o evento em que uma identificação termine com um número par (0,2,4,6,8). Considere que o experimento é observar um animal ao acaso no rebanho. Determine:

a) o número de registros possíveis;
b) $P(A)$;
c) $P(B)$;
d) $P(A \cap B)$;
e) $P(A \cup B)$;

resp: $16^4 = 65536$, $2 \cdot 16^{4-1}/16^4 = 0.125$, $16^{4-1} \cdot 5/16^4 = 0.3125$, $2 \cdot 16^{4-2} \cdot 5/16^4 = 0.0390625$, $0.125 + 0.3125 - 0.0390625 = 0.3984375$.

1.1.4. Em uma ninhada de 12 filhotes, 4 não são sadios. Foram escolhidos dois filhotes ao acaso. Qual a probabilidade de que ambos sejam sadios?

resp: $8/12 \cdot 7/11 = 0.4242$.

1.1.5. Em um certo colégio, 25% dos estudantes foram reprovados em matemática, 15% em química e 10% em matemática e química ao mesmo tempo. Um estudante é escolhido aleatoriamente.

a) se ele foi reprovado em química, qual a probabilidade de ele ter sido reprovado em matemática?
b) se ele foi reprovado em matemática, qual a probabilidade de ele ter sido reprovado em química?
c) qual a probabilidade de ter sido reprovado em química ou matemática?

resp: 2/3, 2/5, 3/10.

1.1.6. Lança-se um dado honesto. Qual a probabilidade de ocorrer:

a) face menor do que 5 ou face par?
b) face menor do que 5 ou face maior do que 5?
c) face par ou face ímpar?

resp: 5/6, 5/6, 1.

1.1.7. Suponha que o gerente de um grande complexo de apartamentos forneça as seguintes estimativas de probabilidade acerca do número de apartamentos vagos no próximo mês:

apartamentos vazios	probabilidade
0	0,05
1	0,15
2	0,35
3	0,25
4	0,10
5	0,10

Forneça a probabilidade de cada um dos seguintes eventos:
a) não há apartamentos vazios.
b) pelo menos quatro apartamentos vazios;
c) dois ou menos apartamentos vazios.

resp: 0.05, 0.2, 0.55.

1.1.8. Um escritório possui duas impressoras sendo que uma delas esta disponível para uso em 60% do tempo, a outra em 85% do tempo e funcionam independentemente uma da outra. Se em um momento você tenta fazer a impressão de um arquivo, qual a probabilidade de conseguir a impressão naquele instante?

resp: 0.94.

1.1.9. De três eventos A, B e C, de um mesmo espaço amostral Ω, suponhamos A e B independentes, B e C mutuamante exclusivos. Suas probabilidades são:

$$P(A) = 0{,}50, \quad P(B) = 0{,}30 \quad \text{e} \quad P(C) = 0{,}10$$

Determine as probabilidades de:
a) B e C ocorrerem (ambos);
b) ocorrer ao menos um dentre A e B;
c) B não ocorrer;
d) ocorrerem os três.

resp: 0, 0.65, 0.7, 0.

1.1.10. Em um tanque de criação existem três espécies de peixes (A, B e C) e animais de dois tamanhos (J: jovem e M: maduro). Sabe-se que foram colocados 30%, 50% e 20% animais de cada espécie e que após 60 dias 25%, 60% e 75% dos peixes de cada espécie atingem a maturação. Suponha que os animais não morreram. Considere o experimento de retirar aleatóriamente um peixe do tanque e obtenha:

a) $P(A \cap J)$;
b) $P(C \cap M)$;
c) $P(J|B)$;
d) $P(M)$;
e) $P(C|M)$;
f) $P(C \cup M)$;

resp: 0.225, 0.15, 0.4, 0.525, 0.2857, 0.575.

1.1.11. Uma clinica envia amostras de equinos para 3 laboratórios de análises A, B e C nas seguintes proporções 0,2; 0,3 e 0,5, respectivamente. A probabilidade de cada um dos laboratórios elaborar uma análise errada é de respectivamente 1/2, 1/3 e 1/6.
a) Uma análise resultou errada, qual a probabilidade de ter sido feita pelo laboratório A?
b) Qual a probabilidade de um exame executado não apresentar erro?

resp: 0.3529, 0.7167.

1.1.12. Num estudo sobre fecundidade de duas reça suínas, foram examinados 28 animais, obtendo-se o resultado exposto na tabela:

	Fecundidade		
Raças	Fecundas (F)	Não fecundas ($\bar{F}$)	Total
A	12	2	14
B	8	6	14
Total	20	8	28

a) a fecundidade é independente da raça? Justifique.
b) determine $P(F|A)$?
c) determine $P(F \cup A)$?

resp: não, 0.7167, 0.7.

1.1.13. Em bovinos uma doença conhecida como febre aftosa ataca 2% do rebanho de um Estado. Um determinado teste rápido de sangue consegue identificar corretamente 98% dos animais que possuem a doença e 92% dos que não a possuem.
a) Qual a probabilidade de um animal, classificado como positivo no teste, ter realmente a doença?
b) Qual a probabilidade de um animal, classificado como negativo no teste, não ter realmente a doença?

resp: 0.2, 0.9996.

1.1.14. Um laboratório está interessado em melhorar a eficiência do teste rápido de aftosa apresentado acima. Como o teste apresenta falso negativo, com probabilidade de 2%, e falso positivo, com probabilidade de 8%, o representante do laboratório pergunta: "qual a estratégia a ser adotada: reduzir a probabilidade de falsos negativos ou de falsos positivos?". Para responder essa pergunta, considerando que a probabilidade de haver um animal com a doença ainda é 2%, considere que existem dois testes rápidos hipotéticos que tem desempenho conforme a seguir:

$$\text{teste 1} \begin{cases} P(\text{positivo}|\text{doente}) = 0{,}99 \\ P(\text{negativo}|\text{sadio}) = 0{,}92 \end{cases}$$

$$\text{teste 2} \begin{cases} P(\text{positivo}|\text{doente}) = 0{,}98 \\ P(\text{negativo}|\text{sadio}) = 0{,}98 \end{cases}$$

Para cada uma dos testes obtenha:
a) Qual a probabilidade de um animal, classificado como positivo no teste, ter realmente a doença?
b) Qual a probabilidade de um animal, classificado como negativo no teste, não ter realmente a doença?

Qual dos testes deve ser adotado?

resp: 0.2016 e 0.5, 0.9998 e 0.9996.

1.1.15. Sabe-se que na cultura do algodão determinada praga se distribui nas plantas na seguinte proporção: 25% no terço inferior (I), 60% no terço médio (M) e 15% no terço superior (S). A aplicação de um inseticida consegue controlar (C) 98%, 90% e 80% dos insetos em cada um dos terços da planta.
a) Qual a proporção de indivíduos que sobrevivem a uma aplicação de inseticida?
b) Qual a proporção de indivíduos que sobrevivem a duas aplicações consecutivas de inseticida?

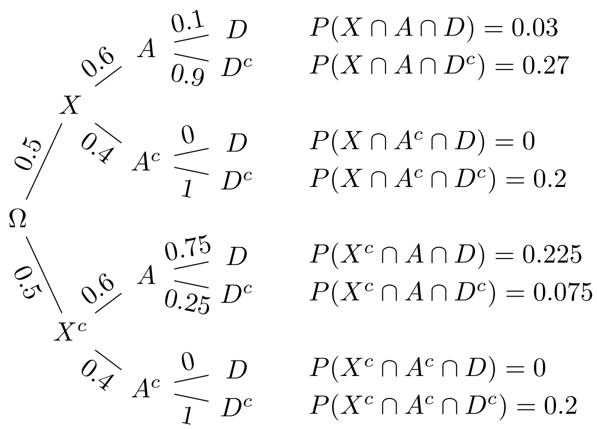
resp: 0.095, 0.0121.

1.1.16. Um melhorista conduz uma investigação cujo foco é a ocorrência de plantas que possuem constituição genética que confere resistência a uma doença de prejuízo agronômico. Plantas com esse genótipo ocorrem com proporção 0,25 na descendência de certo cruzamento de uma espécie comercial com uma espécia nativa. Como não é possível reconhecer os indivíduos de interesse pela análise das sementes, pergunta-se: qual a probabilidade de que 4 sementes obtidas do cruzamento sob investigação gerem exatamente 3 plantas resistentes?

resp: 0.0469.

1.1.17. Os marcadores moleculares possibilitam associar a presença de um determinado gene a expressão de uma característica. Em labortório, para uma cultura, determinou-se que 10% das plantas que apresentavam o gene X manifestaram a doença (D) quando visitadas pelo inseto transmissor e que 75% das plantas que não apresentavam o gene X manifestaram a doença quando visitadas pelo inseto transmissor. Considere que o gene X é passado para 50% das progênies e que uma população das progênies foi cultivada. Se as condições ambientais estabelecem que uma planta ao acaso, independente de possuir o gene X, tem 60% de ser atacada (A) pelo inseto, qual a probabilidade de uma planta sadia selecionada apresentar o gene de resistência? Use o diagrama de árvore de probabilidades.

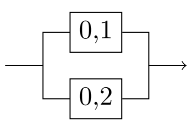
resp: 0.6309.



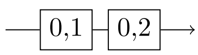
1.1.18. Considere os circuitos elétricos A (em paralelo) e B (em série) abaixo, cada um com dois dispositivos e suas probabilidades de falha independente. Obtenha:

a) a probabilidade do circuito A falhar?
b) a probabilidade do circuito B falhar?
c) a probabilidade de um circuito composto por A e B falhar?

A

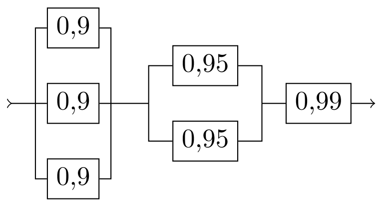


B



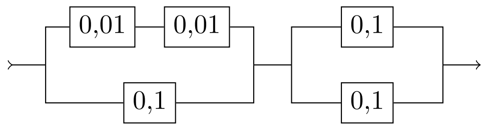
resp: 0.02, 0.28, 0.2944.

1.1.19. O circuito elétrico mostrado a seguir opera somente se houver um caminho de dispositivos funcionais, da esquerda para a direita. A probabilidade de cada dispositivo funcionar é mostrada na figura. Suponha que os dispositivos falhem independentemente. Qual será a probabilidade do circuito operar?



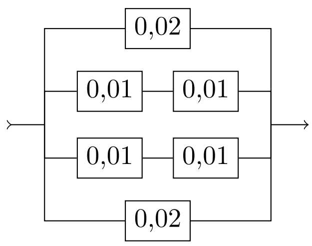
resp: 0.9865.

1.1.20. Considere que os dispositivos do circuito abaixo falhem independentemente com a probabilidade descrita. Qual será a probabilidade do circuito operar?



resp: 0.98803.

1.1.21. Considere que os dispositivos do circuito abaixo falhem independentemente com a probabilidade descrita. Qual será a probabilidade do circuito operar?



resp: 0.9999998.

1.2 Variáveis aleatórias

1.2.1. Um melhorista sabe que uma população de plantas é representada pelos seguintes genótipos $\{AA, Aa, aa\}$ na seguinte proporção 40%, 32% e 28%. O melhorista definiu a variável aleatória X como sendo o valor fenotípico de uma planta selecionada ao acaso. Sabe-se que uma planta aa apresenta produção (valor fenitípico) de 10 kg e que cada alelo dominante (A) tem efeito aditivo de 2 kg. Obtenha:

a) os valores que X assume;
b) a tabela de distribuição de probabilidades de X;
c) o valor esperado de X;
d) a variância de X;

resp: $10, 12, 14$,

x	12	14	16
$p(x)$	0.40	0.32	0.28

11.76, 2.6624.

1.2.2. Uma máquina caça níquel de cassino possui três roletas. Na primeira e segunda roleta estão os símbolos ★■■♦ e na terceira roleta ■★♦♦. A máquina premia com R$ 10,00 o resultado ★★★ e premia com R$ 5,00 o resultado ♦♦♦. Para outros resultados não há premiação e o custo de uma jogada é R$ 1,00. Seja a variável aleatória X o valor lucrado em uma jogada. Obtenha:

a) os valores que X assume;
b) a tabela de distribuição de probabilidades de X;
c) o valor esperado de X;
d) dado que o resultado da primeira roleta é ★, qual o valor esperado da jogada?
e) dado que o resultado da primeira e segunda roleta é ★, qual o valor esperado da jogada?

resp: $\{-1, 5, 10\}$,

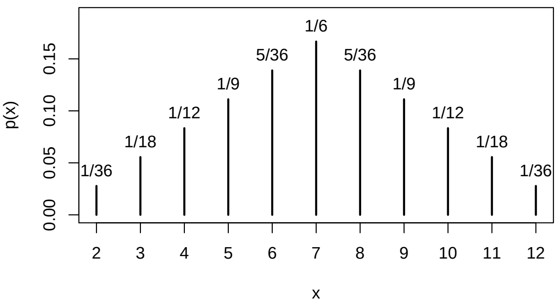
x	-1	5	10
$p(x)$	0.953	0.031	0.016

$-0.640625, -0.3125, 1.75$.

1.2.3. Considere o lançamento independente de dois dados balanceados com faces numeradas de 1 à 6. Seja S a variável aleatória obtida com a soma das faces resultantes de um lançamento. Obtenha:

a) os valores que S assume;
b) o gráfico da distribuição de probabilidades de S;
c) o valor esperado de S;
d) se o custo de uma jogada é R$ 1,00 e o premio para $S \geq 10$ é de R$ 5,00, qual o valor esperado da jogada?

resp: $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$,



7, 0.

1.2.4. Numa pesquisa recente verificou-se que o número de pessoas com lesões graves em acidentes de carro é uma variável aleatória (X) com a seguinte distribuição de probabilidade:

x	0	1	2	3	4	5
$p(x)$	0,08	0,18	0,28	0,22	0,16	0,08

O que precisa ser satisfeito para que $p(x)$ seja uma distribuição de probabilidades? Qual o valor esperado de X, $\mathrm{E}(X)$? Qual a variância de X, $\mathrm{V}(X)$?

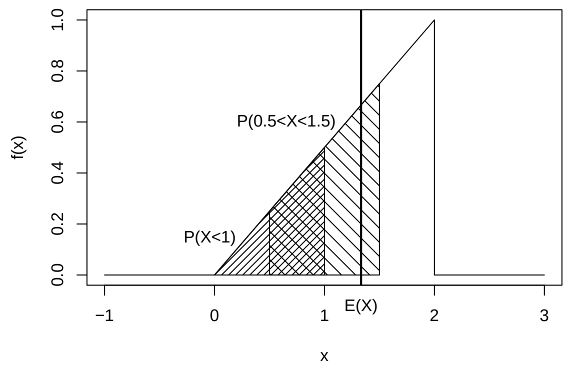
resp: $2.44, 1.8864$.

1.2.5. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot x, & 0 \leq x \leq 2, C > 0; \\ 0, & \text{outros casos.} \end{cases} \tag{1}$$

a) faça esboço do gráfico da função $f(x)$;
b) qual o valor da constante C para que $f(x)$ seja uma função densidade de probabilidade (fdp);
c) se X é uma variável aleatória com fdp $f(x)$, quais os valores que X assume?
d) qual a $P(X < 1)$? Represente no gráfico;
e) qual a $P(0{,}5 < X < 1{,}5)$? Represente no gráfico;
f) qual o valor esperado de X? Represente no gráfico;

resp: 1/2, $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 2\}$, 1/4, 1/2, 4/3.



1.2.6. A vida útil de certo componente eletrônico é, em média, 100 horas e apresenta distribuição exponencial.

a) qual é a porcentagem esperada de componentes que apresentarão falhas em menos de 100 horas?
b) após quantas horas se espera que 25% dos componentes tenham falhado?

resp: 0.6321, 28.7682.

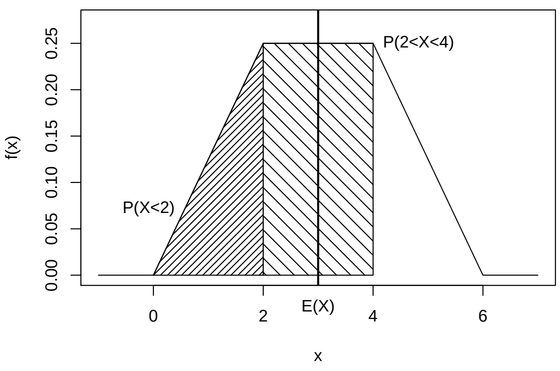
1.2.7. Uma espécie domesticada de peixe apresenta distribuição de peso (kg) aos 60 dias representado pela seguinte função

$$f(x) = \begin{cases} x/8, & 0 < x \leq 2; \\ 1/4, & 2 < x \leq 4; \\ (6-x)/8, & 4 < x \leq 6; \\ 0, & \text{outros casos.} \end{cases} \tag{2}$$

Seja X a variável aleatória que é o peso de um peixe dessa espécie coletado ao acaso. Obtenha:

a) o esboço do gráfico da função $f(x)$;
b) os valores que X assume?
c) qual a proporção de peixes menores que 2 kg. Represente no gráfico;
d) qual a proporção de peixes entre 2 e 4 kg. Represente no gráfico;
e) o valor esperado de X. Represente no gráfico;

resp: $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 6\}$, 1/4, 1/2, 3,

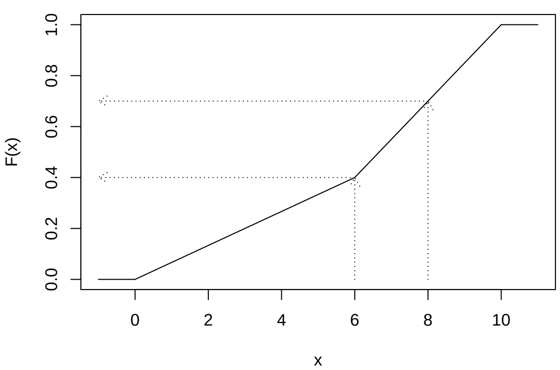


1.2.8. Para uma determinada praga da cultura da soja, sabe-se que a proporção de insetos que morrem de acordo com a dose (x) de um inseticida é representado pela função

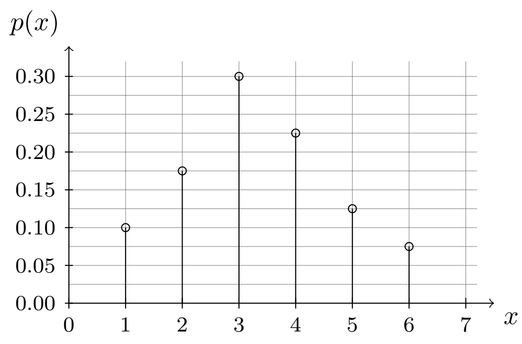
$$F(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x; \\ x/15, & 0 < x \leq 6; \\ 6/15 + (3x - 18)/20, & 6 < x \leq 10; \\ 1, & x > 10; \end{cases} \tag{3}$$

a) faça o esboço do gráfico da função $F(x)$;
b) qual a probabilidade de um inseto morrer ao receber a dose de 6?
c) qual a probabilidade de um inseto tolerar a dose 8?
d) qual a probabilidade de um inseto tolerar a dose 6 mas morrer na dose 8?

resp: 0.4, 0.7, 0.3.

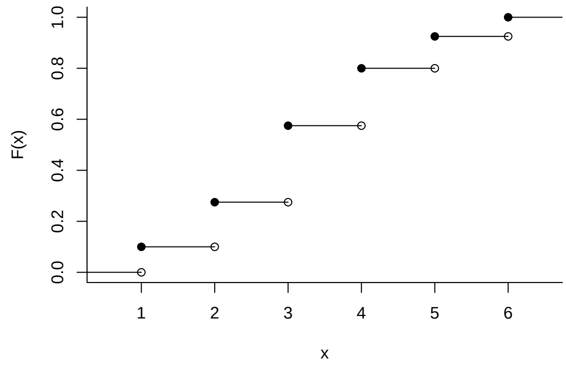


1.2.9. Uma espécie de galinha poedeira apresenta distribuição de probabilidades para a variável aleatória número de ovos por postura (X) representada no seguinte gráfico



a) qual a probabilidade de uma galinha ao acaso pôr menos de 3 ovos?
b) qual o valor esperado do número de ovos por postura?
c) qual a variância do número de ovos por postura?
d) faça o esboço do gráfico de distribuição acumulada de probabilidade.

resp: 0.275, 3.325, 1.869375.



1.2.10. Determine a função de probabilidade de X, a partir da função de distribuição acumulada:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2; \\ 0.2, & -2 \leq x < 0; \\ 0.7, & 0 \leq x < 2; \\ 1, & x \geq 2. \end{cases} \tag{4}$$

resp:

x	-2	0	2
$p(x)$	0.2	0.5	0.3

1.2.11. Árvores são sujeitas a diferentes níveis de atmosfera de dióxido de carbono com 6% das árvores em uma condição de crescimento mínimo à 350 partes por milhão (ppm) de CO_2, 10% a 450 ppm (crescimento lento) de CO_2, 47% a 550 ppm (crescimento moderado) de CO_2 e 37% a 650 ppm (crescimento rápido) de CO_2. Qual é a média a e variância da atmosfera de dióxido de carbono (em ppm) para essas árvores?

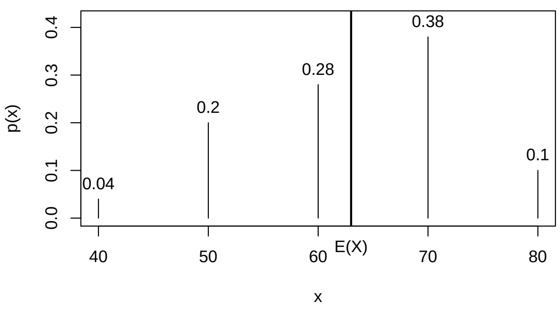
resp: 565, 6875.

1.2.12. Em uma cultura um par de genes determina a tolerância das plantas ao solo ácido. Seja uma população cultivada com a seguinte porporção genotípica considerando a combinação desses genes (valores entre parênteses)

	AA	Aa	aa
BB	80 (0.10)	70 (0.21)	60 (0.25)
Bb	70 (0.07)	70 (0.10)	50 (0.12)
bb	60 (0.03)	50 (0.08)	40 (0.04)

A tolerância de cada genótipo ao solo ácido está apresentado na tabela acima. Seja X a tolerância de uma planta tomada ao acaso. Obtenha:
a) os valores que X assume;
b) o gráfico da função de probabilidades de X;
c) a $P(X \leq 70)$;
d) o valor esperado da tolerância ao solo ácido.

resp: $\{40, 50, 60, 70, 80\}$,



0.9, 63.

1.2.13. Seja X uma variável aleatória com distribuição binomial de parâmetros $p = 0.4$ e $n = 10$. Calcule as seguintes probabilidades a partir da função de probabilidade da binomial.

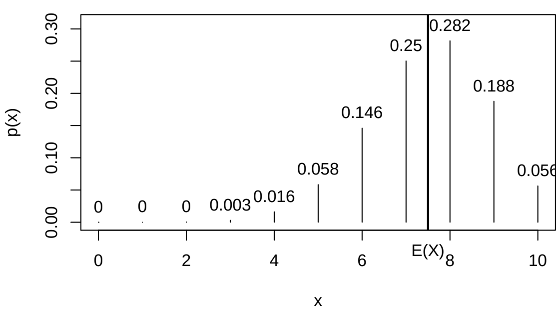
a) $P(X \leq 2)$; c) $P(X = 4)$;
b) $P(X > 8)$; d) $P(5 \leq X \leq 7)$.

resp: $0.1673, 0.0017, 0.215, 0.3546$.

1.2.14. Faça o esboço do gráfico da função de probabilidades de uma variável aleatória X com distribuição binomial de parâmetros $p = 0.75$ e $n = 10$ e comente sobre a forma da distribuição.

a) qual o valor mais provável de X?
b) qual o valor menos provável de X?
c) represente no gráfico o valor esperado de X;
d) qual a $P(X > E(X))$?

resp: $8, 0, 7.5, 0.5256$,



1.2.15. Um teste de múltipla escolha contém 6 questões, cada uma com 4 alternativas sendo apenas uma correta. Suponha que o estudante apenas tente adivinhar ("chutar") em cada questão.

a) qual a probabilidade do estudante acertar todas as questões?
b) qual a probabilidade do estudante acertar mais da metade das questões?

resp: $0.000244, 0.169434$,

1.2.16. Um teste de múltipla escolha possui 10 questões: 4 de matemática com 5 alternativas cada, 3 de física com 4 alternativas cada, e 3 de química com 3 alternativas cada. Suponha que o estudante apenas tente adivinhar ("chutar") em cada questão.

a) a variável aleatória X número de questões corretas têm distribuição binomial? Justifique.
b) a variável aleatória Y número de questões corretas de matemática tem distribuição binomial? Justifique.
c) quais os parâmetros da distribuição de Y?

resp: não, sim, 4 e 1/5.

1.2.17. Em um jogo de tiro ao alvo o desafio é acertar o alvo com até 5 arremessos. Suponha que a probabilidade de acertar seja $p = 0{,}1$.

a) qual a probabilidade de vencer o jogo?
b) qual a probabilidade de vencer no segundo arremesso?
c) se X é o número de tentativas até acertar o alvo, qual é o modelo probabilístico que descreve a distribuição de probabilidades de X?

resp: 0.40951, 0.09, distribuição geométrica.

1.2.18. Em uma caixa existem 10 bolas das quais 4 são brancas. Foram retiradas 3 bolas da caixa.

a) qual a probabilidade de todas serem brancas?
b) qual a probabilidade de nenhuma ser branca?
c) qual a probabilidade de uma ser branca?

resp: $0.0242, 0.2121, 0.5091$.

1.2.19. No jogo de cacheta com um baralho (56 cartas) o objetivo é fazer arranjos do tipo sequências de três valores de mesmo naipe ou trincas de mesmo valor. O coringa é uma carta que substitui qualquer outra dentro de um arranjo. Cada jogador recebe 9 cartas e deve formar 3 arranjos.

a) qual a probabilidade de um jogador sair com os 2 coringas?
b) qual a probabilidade de um jogador sair com uma trinca de Reis formada?

resp: 0.0234, 0.0107.

1.2.20. Suponha que X tenha distribuição Poisson com parâmetro $\lambda = 4$. Determine as seguinte probabilidades:

a) $P(X = 0)$; c) $P(X = 4)$;
b) $P(X \leq 2)$; d) $P(X = 8)$.

resp: $0.0183, 0.2381, 0.1954, 0.0298$.

1.2.21. Para quantificar a abundância de um inseto praga são feitas amostras aleatórias na área. Suponha que uma determinada praga apresente distribuição Poisson com parâmetro $\lambda = 2$ insetos/pano de batida.

a) qual a probabilidade de observar mais de 4 insetos?
b) qual a probabilidade de observar de 2 à 5 insetos?
c) qual a probabilidade de observar um total de 6 insetos em 3 panos de batida?
d) qual a probabilidade de observar em 3 panos de batida 2 insetos em cada?
e) qual a probabilidade de observar em 3 panos de batida mais de 4 insetos em cada?

resp: $0.0527, 0.5774, 0.1606, 0.0198$.

1.2.22. Uma variável aleatória Z possui distribuição Normal padrão, ou seja, com parâmetros $\mu = 0$ e $\sigma = 1$. Determine

a) $P(0 \leq Z < 2)$;
b) $P(Z > 2)$;
c) $P(Z \leq -2)$;
d) $P(-2 \leq Z < 2)$.
e) $P(-1 \leq Z < 1)$
f) $P(-1{,}96 \leq Z < 1{,}96)$

resp: $0.4772, 0.0228, 0.0228, 0.9545, 0.6827, 0.95$.

1.2.23. Uma variável aleatória Z possui distribuição Normal padrão, ou seja, com parâmetros $\mu = 0$ e $\sigma = 1$. Qual deve ser o valor de z para que

a) $P(0 \leq Z < z) = 0.45$?
b) $P(Z > z) = 0.1$?
c) $P(Z \leq z) = 0.75$?
d) $P(-z \leq Z < z) = 0.8$?
e) $P(-z \leq Z < z) = 0.5$?
f) $P(|Z| < z) = 0.95$?

resp: $1.6449, 1.2816, 0.6745, 1.2816, -0.6745, -1.96$.

1.2.24. Seja X uma variável aleatória com distribuição Normal. Encontre a probabilidade dos seguintes eventos:
a) $P(-1.28 \leq X < 1.28)$ se $\mu = 0$, $\sigma = 1$?
b) $P(X < 1{,}21)$ se $\mu = 1$, $\sigma = 0.25$?
c) $P(13 \leq X < 21{,}22)$ se $\mu = 13$, $\sigma = 5$?
d) $P(-32 \leq X < -28)$ se $\mu = -30$, $\sigma = 3$?

resp: $0.799, 0.8, 0.45, 0.495$.

1.2.25. Aos 60 dias de idade os peixes de uma espécie apresentam comprimento normalmente distribuído com média de 15 cm e variância de 9 cm^2. O dono quer passar 80% dos peixes maiores para outro tanque para receber ração de terminação. Qual deve ser o limite de comprimento usado para separar os peixes nessa proporção?

resp: 12.475.

1.2.26. O peso de frutos de goiaba é uma variável aleatória que pode ser modelada pela distribuição normal com $\mu = 100$ g e $\sigma^2 = 36$ g^2. O produtor classifica as frutas em tipo C ($<$ 95 g), tipo A ($>$ 105 g) e tipo B as intermediárias. Qual a proporção de frutas em cada classe? Qual deveria ser os valores de peso para ter 35%, 40% e 25% dos frutos nas classes C, B e A?

resp: $0.2, 0.6, 0.2, 97.69, 104.05$.

1.2.27. Duas cultivares de soja apresentam tempo para germinação das sementes (horas) sob condições de laboratório representados por uma distribuição normal. Seja $tg_A \sim \text{Normal}(\mu = 50, \sigma = 4)$ e $tg_A \sim \text{Normal}(\mu = 55, \sigma = 9)$.
a) qual espécie tem maior probabilidade de germinar antes das 45 horas?
b) qual o tempo de espera necessário para que no mínimo 75% das sementes de cada espécie tenham germinado?

resp: espécie B, 61.07.

1.2.28. Seja X uma variável aleatória com distribuição binomial de parâmetros $n = 200$ e $p = 0{,}4$. Aproxime as função distribuição da binomial usando a distribuição Normal considerando que $\mu = np$ e $\sigma^2 = np(1-p)$ e então obtenha
a) $P(X \leq 70)$;
b) $P(70 < X < 90)$;
c) $P(X = 80)$;

resp: $0.085, 0.83, 0.058$.

1.2.29. Seja X uma variável aleatória com distribuição Poisson de parâmetros $\lambda = 64$. Aproxime as função distribuição da Poisson usando a distribuição Normal considerando que $\mu = \lambda$ e $\sigma^2 = \lambda$ e então obtenha
a) $P(X > 72)$;
b) $P(X < 64)$;
c) $P(60 < X \leq 68)$;

resp: $0.144, 0.475, 0.426$.

1.2.30. Para monitorar o grau de molhamento de uma aplicação foliar (pulverização) de micronutrientes em uma cultura, são distribuídas lâminas de papel hidrosolúve à 10 cm do solo. Após a aplicação, o número de gotas-ponto por lâmina é um indicador da intensidade de molhamento. Suponha que o número de gotas-ponto tenha distribuição Poisson com média de 50 gotas-ponto por lâmina. Aproxime a distribuição Poisson pela Normal e obtenha:
a) a probabilidade de uma lâmina ter mais de 50 gotas;
b) a probabilidade de uma lâmina ter de 40 à 60 gotas;
c) o valor de x para que o intervalo simétrico em relação à média contenha 90% das amostras, ou seja, $P(E(X) - x < X \leq E(X) + x) = 0.90$;

resp: $0.472, 0.862, 11.631$.

1.2.31. Considere uma urna contendo três bolas vermelhas e cinco pretas. Retire três bolas, sem reposição, e defina a variável aleatória X igual ao número de bolas pretas.
a) obtenha a distribuição de X.
b) obtenha a média e a variância da v.a. X.
c) obtenha a média e a variância da v.a. $Y = 3X + 4$.

resp:

x	0	1	2	3
$p(x)$	1/56	15/56	15/28	5/28

$1.875, 0.502, 9.625, 4.52$.

1.2.32. Uma moeda perfeita é lançada quatro vezes. Seja Y o número de caras obtidas.
a) obtenha a distribuição de Y.
b) obtenha a média e a variância da v.a. Y.
c) determine $P(X < 3)$.

resp:

x	0	1	2	3	4
$p(x)$	1/16	1/4	3/8	1/4	1/16

$2, 1, 0.688$.

1.2.33. O tempo T, em minutos, necessário para um operário processar certa peça é uma v.a. com a seguinte distribuição de probabilidade

t	2	3	4	5	6	7
$p(t)$	0.1	0.1	0.3	0.2	0.2	0.1

a) calcule o tempo médio de processamento.
b) calcule $P(3 \leq T < 7)$.
c) para cada peça processada, o operário ganha um fixo de R$ 2,00, mas, se ele processa a peça em menos de seis minutos, ganha R$ 0,50 em cada minuto poupado. Por exemplo, se ele processa a peça em quatro minutos, recebe a quantia adicional de R$ 1,00. Encontre a distribuição, a média e a variância da v.a. G: quantia em R$ ganha por peça.
d) calcule $P(2 \leq G \leq 3{,}5 | G > 3)$
e) obtenha a função de distribuição acumulada (f.d.a.) $F(t)$ e faça seu gráfico.

resp: 4.6, 0.8

g	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
$p(g)$	0.3	0.2	0.3	0.1	0.1

2.75 e 0.4125, 1.

1.2.34. Uma v.a. X tem a seguinte função de distribuição:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 10 \\ 0{,}2 & \text{se} \quad 10 \leq x \leq 12 \\ 0{,}5 & \text{se} \quad 12 \leq x \leq 13 \\ 0{,}9 & \text{se} \quad 13 \leq x \leq 25 \\ 1 & \text{se} \quad x \geq 25. \end{cases}$$

Determine:
a) a função de probabilidade de X;
b) $P(X \leq 12)$, $P(X < 12)$, $P(12 \leq X \leq 20)$, $P(X > 18)$.

resp:

x	10	12	13	25
$p(x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

0.5, 0.2, 0.7, 0.1.

1.2.35. A resistência (em toneladas) de vigas de concreto produzidas por uma empresa, comporta-se conforme a função de probabilidade abaixo:

Resistência	2	3	4	5	6
p_i	0.1	0.1	0.4	p	0.2

a) determine p.
b) seja a variável X: resitência das vigas, determine $E(X)$ e $V(X)$.
c) admita que essas vigas são aprovadas para uso em construções se suportam pelo menos 3 toneladas. De um grande lote fabricado pela empresa escolhemos 15 vigas ao acaso. Qual a probabilidade de todas serem aptas para construções? Qual a probabilidade de no mínimo 13 serem aptas?

resp: 0.2, 4.3 e 1.41, 0.206 e 0.816

1.2.36. Das variáveis abaixo descritas, assinale quais são binomiais, e para essas dê os respectivos campos de definição (domínio) e função de probabilidade. Quando julgar que a variável não é binomial, aponte as razões de sua conclusão.

a) de uma urna com 10 bolas brancas e 20 pretas, vamos extrair, com reposição, cinco bolas. X é o número de bolas brancas nas cinco extrações;
b) refaça o problema anterior, mas dessa vez as n extrações são sem reposição;
c) temos 5 urnas com bolas pretas e brancas e vamos extrair uma bola de cada urna. Suponha que X seja o número de bolas brancas obtidas no final;
d) vamos realizar uma pesquisa em 10 cidades brasileiras, escolhendo ao acaso um habitante de cada uma delas e classificando-o em pró ou contra um certo projeto federal. Suponha que X seja o número de indivíduos contra o projeto no final da pesquisa;
e) em uma indústria existem 100 máquinas que fabricam determinada peça. Cada peça é classificada como boa ou defeituosa. Escolhemos ao acaso um instante de tempo e verificamos uma peça de cada uma das máquinas. Suponha que X seja o número de peças defeituosas.

1.2.37. Se $X \sim \text{binomial}(n, p)$, sabendo-se que $E(X) = 12$ e $\sigma^2 = 3$, determinar:
a) n e p;
b) $P(X < 15)$;
c) $P(X \geq 14)$;
d) $E(Z)$ e $V(Z)$, onde $Z = (X - 12)/\sqrt{3}$;

resp: 16 e 3/4, 0.936523, 0.06347644, -5.071797 e 1.

1.2.38. Em um experimento binomial com 3 repetições a probabilidade de se obter 2 sucessos é igual a doze vezes a probabilidade de se obter 3 sucessos. Determine a probabilidade de sucesso e a probabilidade de fracasso.

resp: 0.2, 0.8.

1.2.39. Numa central telefônica, o número de chamadas chega segundo uma distribuição de Poisson, com média de oito chamadas por minuto. Determinar qual a probabilidade de que se tenha:
a) duas ou mais chamadas em um minuto;
b) menos que três chamadas em um minuto;
c) entre sete (inclusive) e nove (exclusive) chamadas em um minuto;
d) mais que duas chamadas em 30 segundos.

resp: 0.9969808, 0.01375396, 0.2791731, 0.90842180.

1.2.40. Num certo tipo de fabricação de fita magnética, ocorrem cortes a uma taxa de um por 2000 pés. Qual a probabilidade de que um rolo com 2000 pés de fita magnética tenha:
a) nenhum corte;
b) no máximo dois cortes;
c) pelo menos dois cortes;

resp: 0.3678794, 0.9196986, 0.2642411.

1.2.41. Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defituoso é de 0.2. Se dez itens produzidos por essa máquina são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que não mais do que um defeituoso seja encontrado? Use a binomial e a distribução de Poisson e compare os resultados.

resp: 0.3758, 0.4060.

1.2.42. As notas de Estatística Econômica dos alunos de determinada universidade distribuem-se de acordo com uma distribuição normal, com média 6.4 e desvio padrão 0.8. O professor atribui graus A, B e C da seguinte forma:

Nota	Grau
$x < 5$	C
$5 \leq x < 7.5$	B
$7.5 \leq x \leq 10$	A

Numa classe de 80 alunos, qual o número esperado de alunos com grau A, B e C?

resp: 3.2, 69.97, 6.83.

1.2.43. O peso bruto de latas de conserva é uma v.a. normal, com média 1000 g e desvio padrão 20 g.

a) qual a probabilidade de uma lata pesar menos de 980 g?
b) qual a probabilidade de uma lata pesar mais de 1010 g?

resp: 0.15866, 0.30854.

1.2.44. Uma máquina de empacotar um determinado produto apresenta variações de peso com desvio padrão de 20 g. Em quanto deve ser regulado o peso médio do pacote para que apenas 10% tenham menos de 400 g?

resp: 425.6 g.

1.2.45. Determinar a área limitada pela curva normal padrão em cada um dos casos abaixo:

a) entre $z = 0$ e $z = 1.2$;
b) entre $z = -0.68$ e $z = 0$;
c) entre $z = 0.46$ e $z = 2.21$;
d) entre $z = -0.81$ e $z = 1.94$;
e) à esquerda de $z = -0.6$;
f) à direita de $z = -1.23$;
g) à direita de $z = 2.05$ e à esquerda de $z = 1.44$;
h) entre $z = -1$ e $z = 1$;
i) entre $z = -1.96$ e $z = 1.96$;
j) entre $z = -2.56$ e $z = 2.56$.

resp: 0.3848, 0.2517, 0.3092, 0.7648, 0.2743, 0.8907, 0.9453, 0.68, 0.95, 0.99.

1.2.46. Em indivíduos sadios, o consumo renal de oxigênio tem distribuição normal de média 12 cm^3/min e desvio padrão 1,5 cm^3/min.

a) determinar a proporção de indivíduos sadios com consumo: inferior a 10 cm^3/min; superior a 8 cm^3/min; entre 9,4 e 13,2 cm^3/min; igual a 11,6 cm^3/min;
b) determinar o valor do consumo renal que é superado por 98,5% dos indivíduos sadios;
c) determinar uma faixa simétrica em torno do valor médio que contenha 90% dos valores do consumo renal.

resp: 0.0918, 0.9962, 0.7463 e 0, 8.745 cm^3/min, 9.5325 a 14.4675.
