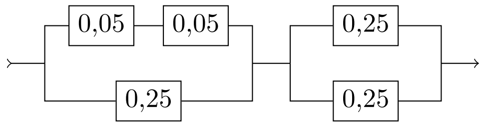
Exame final de Estatística

Estatística I - Agronomia (2011) (12 de janeiro de 2012)

Prof. Walmes M. Zeviani & Fernanda B. Rizzato - Departamento de Estatística - UFPR

Acadêmico: Turma:

1. Considere que os dispositivos do circuito abaixo falhem independentemente com a probabilidade descrita. Qual será a probabilidade do circuito operar?



fl = falhar, fc = funcionar,

$$\begin{aligned}
\text{P(cir fc)} &= 1 - \text{P(cir fl)} = 1 - \text{P(esq fl)} \times \text{P(dir fl)}\\
\text{P(esq sup fl)} &= 1 - (1 - 0.05)^2 = 1 - 0.9025 = 0.0975\\
\text{P(esq fc)} &= 1 - \text{P(esq fl)} = 1 - 0.0975 \times 0.25 = 0.97562\\
\text{P(dir fc)} &= 1 - \text{P(dir fl)} = 1 - 0.25^2 = 0.9375\\
\text{P(cir fc)} &= 0.97562 \times 0.9375 = 0.91465
\end{aligned}$$

---

2. Um teste de múltipla escolha contém 6 questões, cada uma com 4 alternativas sendo apenas uma correta. Suponha que o estudante apenas tente adivinhar ("chutar") em cada questão.
a) qual a probabilidade do estudante acertar todas as questões?
b) qual a probabilidade do estudante acertar mais da metade das questões?

a)

$$\begin{aligned}
X &\sim \text{Binomial}(n = 6, p = 1/4)\\
\text{P}(X = x) &= \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}\\
\text{P}(X = 6) &= \binom{6}{6} 0.25^6 (1 - 0.25)^{6-6} = 0.000244
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
\text{P}(X > 3) &= \text{P}(X = 4) + \text{P}(X = 5) + \text{P}(X = 6)\\
&= 0.032959 + 0.004395 + 0.000244 = 0.0376
\end{aligned}$$

---

3. Determinou-se o teor de sódio de 10 caixas de 300 gramas de flocos de milho orgânico. Os dados (em miligramas) são: 137.4; 130.8; 147.2; 134.5; 142.1; 136.3; 142.8; 134.9; 130.1; 141.8. Você pode sustentar a afirmação de que o teor médio de sódio dessa marca de flocos de milho difere de 130 miligramas. Considere que $\sigma^2 = 64$ e use $\alpha = 0.10$.

H_0: $\mu = 130$ mg;
H_1: $\mu \neq 130$ mg (teste bilateral);
$\alpha = 0.1$, $\sigma^2 = 64$, então se σ^2 é conhecido $z_{\alpha/2} = 1.645$.
Obter $\bar{x} = 137.8$, então calcular a estatística do teste:

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}} = \frac{137.8 - 130}{\sqrt{64/10}} = 3.083 \qquad (1)$$

Por fim, comparar o valor calculado com o tabelado. Como $|z_0| = |3.083| > 1.645 = z_{\alpha/2}$ rejeitamos H_0 de que o teor de sódio médio para essa marca de flocos de milho é 130 mg ao nível de 10% de significância.

4. O diâmetro de bastões de aço, fabricado em duas máquina extrusoras diferentes, está sendo investigado. Duas amostras aleatórias de tamanhos $n_1 = 15$ e $n_2 = 17$ são selecionadas e a médias e variâncias das amostras são $\bar{x}_1 = 8.73$, $s_1^2 = 0.35$, $\bar{x}_2 = 8.68$, $s_2^2 = 0.40$, respectivamente. Suponha que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ e que os dados sejam retirados de uma população normal.

a) há evidência que confirme a afirmação de que as máquinas produzem bastões com diferentes diâmetros médios? Use $\alpha = 0.05$.

b) construa um intervalo de confiança de 95% para a diferença do diâmetro médio dos bastões. Interprete o resultado.

a)
H_0: $\Delta = \mu_1 - \mu_2 = 0$;
H_1: $\Delta \neq 0$ (teste bilateral);
$\alpha = 0.05$. Como $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ vamos obter a variância combinada

$$s_c^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(15-1)0.35 + (17-1)0.4}{15+17-2} = 0.377 \tag{2}$$

Obter $\hat{\Delta} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 8.73 - 8.68 = 0.05$, então calcular a estatística do teste:

$$t_0 = \frac{\hat{\Delta} - \Delta_0}{\sqrt{s_c^2(1/n_1 + 1/n_2)}} = \frac{0.05 - 0}{\sqrt{0.377(1/15 + 1/17)}} = 0.23 \tag{3}$$

Por fim, comparar o valor calculado com o tabelado. Como $|t_0| = |0.23| < 2.042 = t_{\alpha/2,\mathrm{gl}=30}$ aceitamos H_0 de que o diâmetro dos bastões produzidos pelas máquinas não difere à 5% de significância.

b)
O intervalo de confiância para Δ é obtido por

$$\hat{\Delta} - t_{\alpha/2}\sqrt{s_c^2(1/n_1 + 1/n_2)} < \Delta < \hat{\Delta} + t_{\alpha/2}\sqrt{s_c^2(1/n_1 + 1/n_2)} \tag{4}$$

portando, o intervalo de confiança de 0.95% para Δ é

$$-0.394 < \Delta < 0.494 \tag{5}$$
