

Lista extra

1. Seja X a v.a. contínua cuja densidade de probabilidade é

$$f(x) = 2x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

- (a) Calcule a distribuição acumulada $F(x)$;
- (b) Calcule $P(0 < X < 1/2)$, $P(1/3 < X \leq 1)$;
- (c) Calcule $P(0 < X \leq 1)$ e interprete.

2. Seja X uma v.a. cuja função de distribuição acumulada é dada por:

$$F(x) = 0 \text{ se } x < -1; \quad F(x) = \frac{(x+1)}{4} \text{ se } -1 \leq x < 1;$$

$$F(x) = 2x - \frac{x^2}{2} - 1 \text{ se } 1 \leq x < 2; \quad F(x) = 1 \text{ se } x \geq 2.$$

- (a) Calcule a função de densidade de X .
- (b) Calcule as probabilidades dos seguintes conjuntos:

$$\{X = -2\}, \{X = 1\}, \{X = 8\}, \{X < -2\}, \{X \leq 0\}, \{X < 1, 5\}, \{1 \leq X \leq 3\}$$
$$\{-2 \leq X < 9\}, \{-2 \leq X < 1, 5\}, \{3 \leq X < 6\}, \{-1 \leq X \leq 3\}, \{-2 \leq X < 9\}.$$

3. O tempo de vida X , em horas, de um transistor é uma v.a. com função de densidade:

$$f(x) = 0 \text{ se } x < 0; \quad f(x) = 500 - 1e^{-x/500} \text{ se } x \geq 0;$$

- (a) Calcule a função de distribuição acumulada;
- (b) Calcule $P(X > x)$ para todo x real.

4. Assumindo que X possui distribuição $N(\mu, \sigma^2)$, calcule:

- (a) $P(X \leq \mu + 2\sigma)$;
- (b) $P(|X - \mu| \leq \sigma)$
- (c) O número a tal que $P(\mu - a\sigma \leq X \leq \mu + a\sigma) = 0.99$
- (d) O número a tal que $P(X > a) = 0.90$. Por simplicidade, assumo primeiramente que $\mu = 1$ e $\sigma = 2$. Depois, determine as quantidades requeridas para μ e σ geral.

5. Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Calcule as probabilidades dos seguintes intervalos:

$$\{\mu - \sigma < X < \mu + \sigma\}, \{\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma\}, \{\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma\}, \{-\infty < X < \mu\}, \\ \{\mu < X < \infty\}; \{\mu - \sigma < X < \mu\}, \{\mu < X < \mu + \sigma\}, \{\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma\}.$$

6. Considere o peso de um puma macho adulto como uma variável aleatória com distribuição $N(\mu; \sigma^2)$. Sabe-se que 33,0% destes animais têm peso inferior a 82,8kg e que 0,4% têm peso superior a 98,25kg. Calcule μ e σ .