

# **Distribuições Alternativas de Probabilidade Para Modelos Univariados não Gaussianos de Produtividade**

---

***Caroline Oliveira Santos***

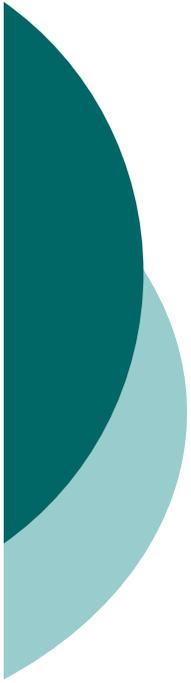
***João Domingos Scalon***

***UFLA***

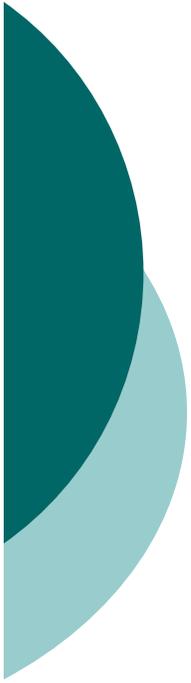
**1º Workshop do Projeto PROCAD**



- 
- No Brasil, ainda não temos uma teoria atuarial consolidada voltada para o seguro agrícola
  - Este tipo de seguro teria uma boa comercialização, tendo em vista a proteção que traria para fazendeiros e suas produções
  - A necessidade do seguro agrícola fica mais evidente diante de problemas climáticos que estão se tornando cada vez mais frequentes e trazem grandes prejuízos ao setor



- 
- No âmbito da Estatística, a formalização desta teoria necessita da modelagem dos dados de produtividade por uma distribuição que melhor se ajuste a eles
  - Alguns pesquisadores sugerem a distribuição Normal para representar dados de produtividade agrícola, mas esta não é a distribuição mais indicada

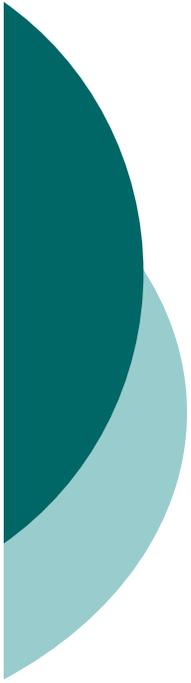


- 
- A distribuição escolhida tem grande impacto na taxa do seguro do produto agrícola e na avaliação do risco de produção
  - Portanto, não deve ser simplesmente aceita como uma premissa não examinada, nem escolhida de acordo com a conveniência sem testar a importância econômica do pressuposto

- 
- 
- Sherrick et al. (2004) avaliam se existem diferenças economicamente importantes que surgem de parametrizações alternativas de distribuições de produção agrícola
  - A especificação de diferentes modelos de produtividade podem impactar quantitativamente as avaliações dos valores do seguro e outros componentes que entram nas decisões de gerenciamento do risco dos agricultores



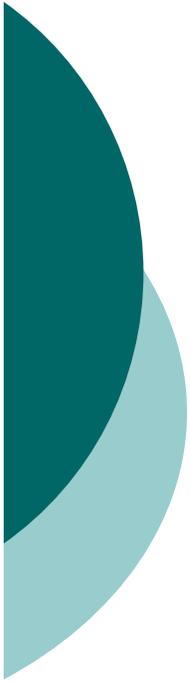
- 
- Bruce J. Sherrick, Fabio C. Zanini, Gary D. Schnitkey e Scott H. Irwin, "*Crop Insurance Valuation Under Alternative Yield Distributions*" (2004)
  - Distribuições com potencial para representar dados de produtividade (ex. log-normal, Weibull, logística e beta)



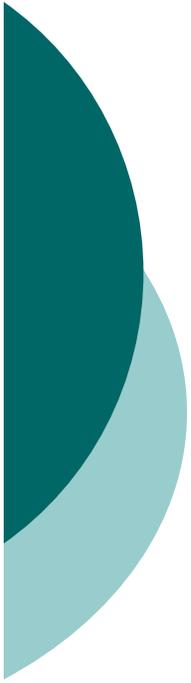
- 
- Objetivo: comparar diferentes distribuições paramétricas de produtividade para o pagamento do seguro agrícola
  - Dados (milho e soja)



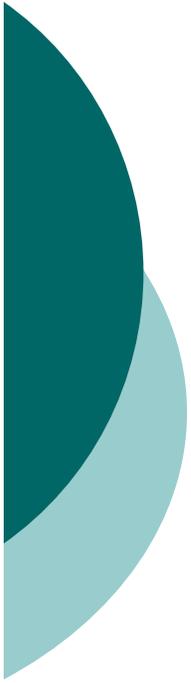
- 
- Apenas uma amostra da série de milho não exibiu assimetria a esquerda
  - Assimetria a esquerda é consistente com os resultados de outros estudos e coloca em questão o uso passado de distribuições simétricas e assimétricas à direita para modelar produtividade



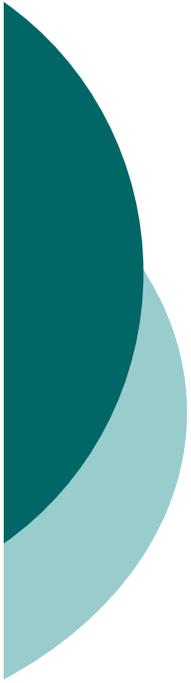
- 
- Os resultados globais confirmam as evidências visuais, a performance do ajuste é quase idêntica entre a beta e a Weibull, seguidas pela logística, a normal e finalmente a lognormal (milho)
  - O improvável ajuste da Weibull e da beta, sugere a importância de se considerar distribuições que permitam assimetria a esquerda



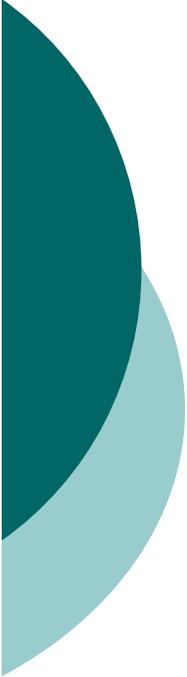
- 
- Para soja a logística foi classificada em primeira posição com a normal e a lognormal obtendo os piores resultados
  - Medidas de adequabilidade do ajuste indicam que as distribuições normal e lognormal falham ao descrever os dados da amostra



- 
- As distribuições Weibull e beta se posicionaram em melhores na maioria dos casos de milho e tiveram os mais altos níveis globais para ambas as culturas
  - Curiosamente todas as distribuições apresentaram a característica de que os pagamentos do seguro não são altamente correlacionados com o seguro pago (às vezes são negativamente correlacionados)



- 
- Em geral as distribuições ajustadas subestimaram o valor do seguro pago
  - Introduziremos a distribuição log-skew-Laplace que ainda não foi utilizada no setor de seguros



# Distribuição log-skew-Laplace

---

- Assimétrica e tem como domínio os números Reais
- O modelo log-skew-Laplace foi introduzido por Fieller et al. (1984), como um modelo efetivo para distribuições de tamanho da partícula
- Ele é uma generalização da distribuição de Laplace

- 
- 
- A função densidade de probabilidade da skew-Laplace para os três parâmetros é dada pela expressão

$$p(x; \alpha, \beta, \mu) = \begin{cases} (\alpha + \beta)^{-1} \exp\left(\frac{x - \mu}{\alpha}\right) & x \leq \mu \\ (\alpha + \beta)^{-1} \exp\left(\frac{\mu - x}{\beta}\right) & x > \mu \end{cases} \quad (1)$$

- 
- 
- onde os parâmetros têm os seguintes domínios:  $\alpha > 0$  ,  $\beta > 0$  e  $-\infty < \mu < \infty$
  - O modelo log-skew-Laplace é formulado especificando-se o modelo skew-Laplace para o logaritmo de  $x$
  - Então, a função densidade de probabilidade da log-skew-Laplace,  $p(z)$ , é obtida substituindo-se por  $z=\log(x)$ , ( $x>0$ ) na equação (1)

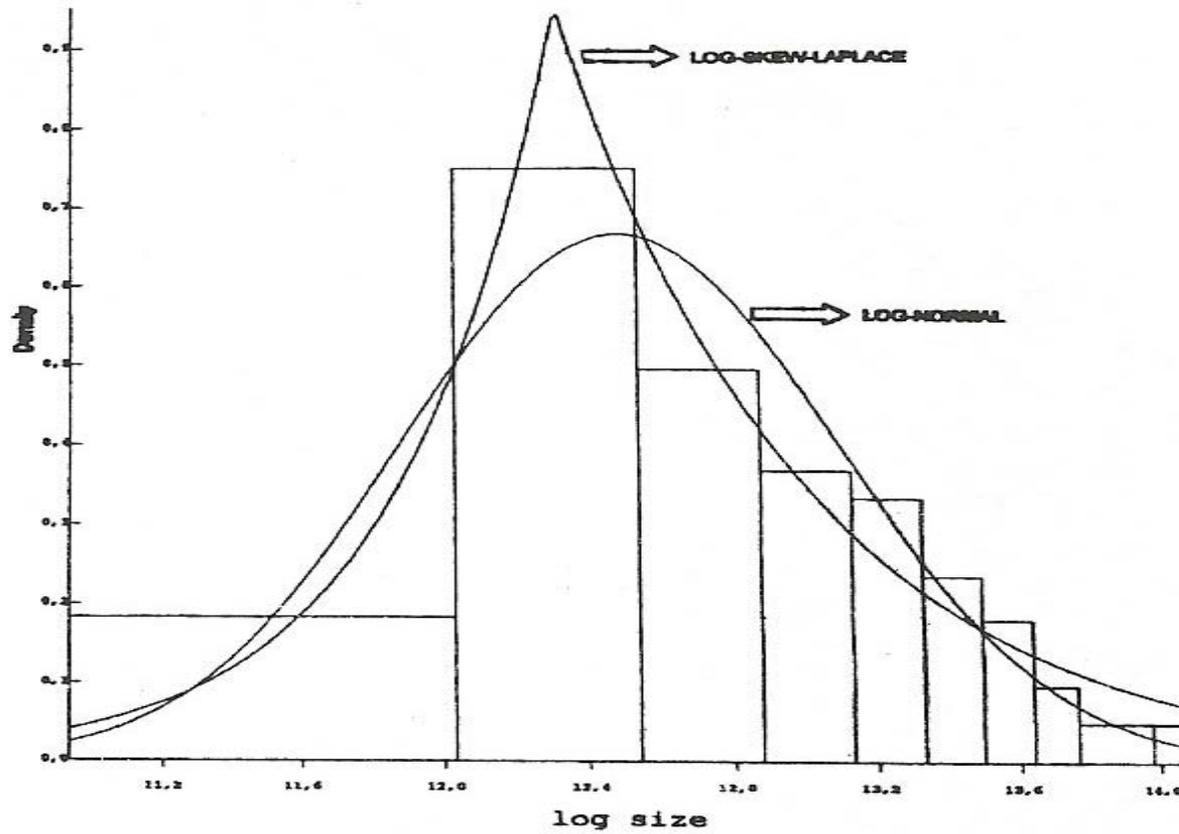


Fig. 2. Fitted densities for sample 2 on natural vertical scale.

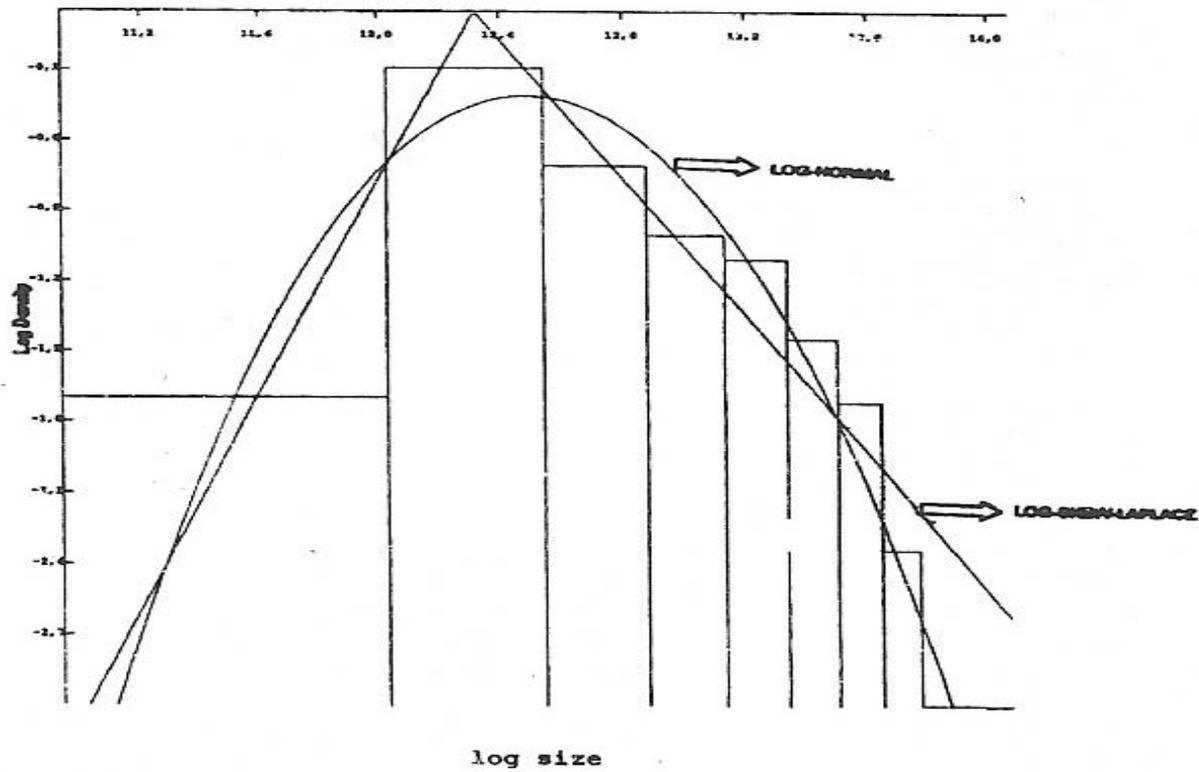
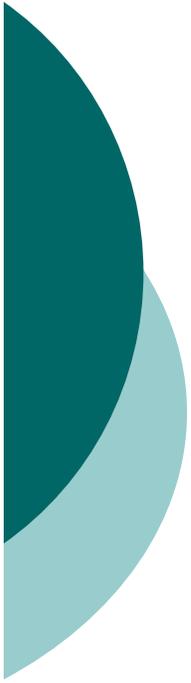


Fig. 3. Fitted densities for sample 2 on logarithmic vertical scale.



- 
- A idéia é ajustar esta distribuição aos dados de produtividade do Brasil (milho por exemplo)



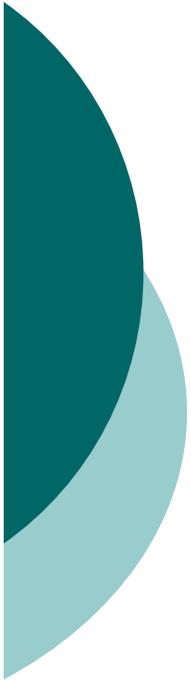
# Histórico da Produção Média (APH)

---

- O seguro do APH faz um pagamento de indenização caso perceba rendimentos inferiores a um produtor sob o nível garantido selecionado (85%)

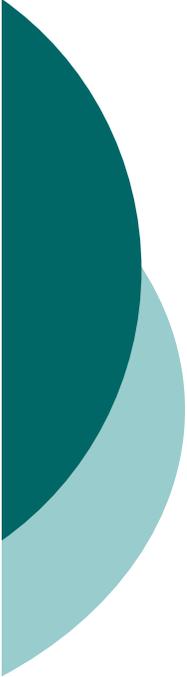
$$Y_g = h \times \bar{y}$$

- $Y_g$ : produção garantida (definida como uma função da produção comprovada)
- $\bar{y}$ : produção comprovada
- $h$ : nível “eleito” como uma fração da produção comprovada



- 
- Procedimentos podem ser usados para escolher o nível de cobertura como fração de sua produção comprovada, derivada a partir do histórico de produção média
  - A produção comprovada é uma média simples do histórico real das produções, usando pelo menos os últimos quatro anos

- 
- 
- Pagamentos de indenizações são acionados quando a produção real fica abaixo de  $Y_g$
  - $\bar{y}$  irá prever valores inferiores de produção se a produção real aumentar ao longo do tempo
  - A produção segurada fica abaixo de  $h$  por cento do nível produção esperada,  $\bar{y}$  tem uma função de pagamento (por acre)



---

$$G = \max\{0, P_g (Y_g - y)\}$$

- onde  $P_g$  é o preço definido no início da temporada de plantio
- Então o pagamento esperado por acre,  $E(G)$ , para o seguro do APH pode ser calculado como

$$E(G) = \int_0^{Y_g} P_g (Y_g - y) f(y) dy$$

- 
- 
- As distribuições ajustadas para cada amostra de fazenda são usadas para definir  $f(y)$  e calcular o pagamento esperado para cada fazenda



- 
- Atwood, J.; Shaik, S.; Watts, M. Can Normality of Yields Be Assumed for Crop Insurance? *Canadian Journal of Agricultural Economics* 50 (2002) 171-184
  - Fieller N. R. J.; Gilbertson D. G.; Olbricht W. A new method for environmental analysis of particle size distribution data from shoreline sediments. *Nature* (1984) 311-648
  - Johnson N. L., Kotz, S. *Distributions in Statistics: Continuous univariate distributions – 1*. Chichester, UK: John Wiley, 1970
  - Scalon, J.; Fieller, N. R. J.; Stillman, E. C.; Atkinson, H. V. A Model-Based Analysis of Particle Size Distributions in Composite Materials. *Acta Materialia* 51 (2003) 997-1006
  - Sherrick, B. J.; Zanini, F. C.; Schnitkey, G. D. e Irwin, S. H. Crop Insurance Valuation Under Alternative Yield Distributions. *Amer. J. Agr. Econ.* 86(2) - (2004) 406-419