

TEA-753

2ª Prova - 2013 (09 de Agosto de 2013)

1. Crie um exemplo, indique qual a variável aleatória e calcule a probabilidade de ao menos um evento de sua escolha das seguintes distribuições de probabilidades.
(a) Binomial (b) Poisson (c) Geométrica (d) Hipergeométrica (e) Uniforme Discreta
2. A opinião de consumidores é usada para avaliar versões preliminares de produtos. Dados históricos mostram que 95% dos produtos de muito sucesso comercial tiveram boas avaliações preliminares, 60% dos produtos com sucesso comercial moderado receberam boas avaliações preliminares, e 10% de produtos com mal desempenho comercial receberam boas avaliações. Além disto, 40% dos produtos obtiveram muito sucesso comercial, 35% tiveram desempenho comercial moderado e 25% mostraram mal desempenho comercial.
 - (a) Qual a probabilidade que um produto tenha uma boa avaliação?
 - (b) Se um determinado produto tem uma boa avaliação preliminar, qual a probabilidade que irá ter muito sucesso comercial?
 - (c) Se um determinado produto não tem uma boa avaliação preliminar, qual a probabilidade que ainda assim irá ter muito sucesso comercial?
3. Seja uma variável aleatória X com distribuição exponencial com densidade $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} I_{(0, \infty)}(x)$. Mostre como obter a média ($E[X]$), mediana, quartis e moda desta distribuição.
4. Uma empresa paga seus estagiários de acordo com o ano de curso do estudante. O salário mensal é dado por metade do salário mínimo vezes o ano de curso do estagiário e considera-se estudantes até o quinto ano. A empresa vai admitir escolhendo ao acaso dois novos estagiários e vamos admitir que todos os anos têm igual número de estudantes interessados no estágio. Vamos considerar ainda que a população é grande o suficiente para que não haja diferença entre escolher com ou sem reposição. Qual a probabilidade de:
 - (a) os dois serem do primeiro ano?
 - (b) a empresa gastar no máximo 2 salários mínimos com os estagiários?
 - (c) gastar entre 1 e 3 salários mínimos?
 - (d) sabendo que gastou mais que 1,5 salários, gastar menos que 4 salários mínimos?
5. Seja uma v.a. com função de densidade de probabilidade (f.d.p.) $f(x) = (1/2) e^{-(x-3)/2} I_{(3, +\infty)}(x)$.
 - (a) Mostre que $f(x)$ é uma f.d.p. válida.
 - (b) Obtenha a mediana.
 - (c) Obtenha $P[X > 5]$
 - (d) Obtenha $P[5 < X < 10]$
 - (e) Obtenha $P[X > 10 | X > 5]$
6. Um programa computacional para detectar fraudes em cartões telefônicos rastreia, todo dia, o número de áreas metropolitanas de onde as chamadas se originam. Sabe-se que 1% dos usuários legítimos fazem suas chamadas de 2 ou mais áreas metropolitanas em um único dia. Entretanto, 30% dos usuários fraudulentos fazem suas chamadas de 2 ou mais áreas metropolitanas em um único dia. A proporção de usuários fraudulentos é de 0,01%. Se o mesmo usuário fizer as suas chamadas de 2 ou mais áreas metropolitanas em um único dia, qual será a probabilidade de que o usuário seja fraudulento?
7. Assume-se que o tempo de processamento de uma certa requisição tem distribuição normal de média 50 segundos e desvio padrão de 2 segundos.
 - (a) Qual a porcentagem esperada de processos com o tempo de processamento inferior a 45 segundos?
 - (b) Qual a porcentagem esperada de processos em que o tempo de processamento não se desvia da média em mais que 1,5 desvios padrão?
 - (c) O que acontecerá com a porcentagem do item anterior se o servidor for trocado por outro que tem tempo médio de processamento de 45 segundos e o desvio padrão de 3 segundos?
 - (d) Mantendo o desvio padrão de 2 segundos, em quanto deveria ser regulada a média para garantir que 90% ou mais dos processos tenham tempo de processamento inferior a 50 segundos?

- (e) Mantendo a média de 50 segundos quanto deveria ser o desvio padrão para garantir que 95% dos processos tenham tempo de processamento entre 46 e 54 segundos?
- (f) São atribuídos custos aos processos em função do tempo de processamento. Para tempos inferiores a 47 segundos custo é de 20 u.c. (u.c. = unidade de custo). Entre 47 e 50 segundos o custo é de 25 u.c., entre 50 e 52 segundos é de 30 u.c. e acima de 52 segundos é de 50 u.c.. Qual o custo esperado no processamento de 1500 processos?
8. Mostre como a *função geradora de momentos* pode ser utilizada para encontrar momentos de uma variável aleatória, ilustrando com pelo menos uma distribuição discreta e uma contínua.
9. Seja v.a.'s X e Y com distribuição conjunta $f(x, y) = (1/8)(6 - x - y)I_{(0,2)}(x)I_{(2,4)}(y)$ e obtenha:
- as expressões das marginais $f(x)$ e $f(y)$
 - as expressões das condicionais $f(x|y)$ e $f(y|x)$
 - $P[0,5 < X < 1,5 \text{ e } 3 < Y < 3,5]$
 - $P[X > 1 \text{ e } Y < 3]$
 - $P[X > 1]$
 - $P[X > 1|Y > 3]$
10. Em um bairro existem três empresas de TV a cabo e 20 mil residências. A empresa TA tem 2100 assinantes, a TB tem 1850 e a TC tem 2600 assinantes. Em algumas residências de alguns condomínios subscreve-se a mais de uma empresa. Assim, temos 420 residências que são assinantes de TA e TB, 120 de TA e TC, 180 de TB e TC e 30 das três empresas. Se uma residência deste bairro é sorteada ao acaso, qual a probabilidade de:
- Ser assinante somente de TA?
 - Assinar ao menos uma?
 - Não ter TV a cabo?
 - Assinar mais que uma empresa?
11. O volume de dados transmitido por dia em uma rede são independentes e possuem distribuição normal com média de 240 e variância de 900 unidades.
- Em quantos dias por ano (365 dias) espere-se que o volume de dados transmitido ultrapasse 300 unidades?
 - Qual o volume deve ser transmitido em pelo menos 75% dos dias?
 - Adota-se como dias *usuais* os que possuem valores ao redor da média em 80% dias dias. Quais volumes determinam esses limites?
 - Qual a probabilidade do volume de transmissão estar acima de 265 unidades em cinco dias consecutivos?
 - Qual a probabilidade do volume diário não ultrapassar 250 unidades nenhuma vez em uma semana?
 - Partindo de um dia qualquer, qual a probabilidade de ser necessário esperar mais que 3 dias para que o volume diário ultrapasse 280 unidades?
 - Atribui-se um custo por uso da banda de 10 u.m. (unidades monetárias) para dias com volume abaixo de 200 unidades, 15 u.m. para dias com volume entre 200 e 250, 20 u.m. para dias com volume entre 250 e 280 u.m. e 30 u.m. para dias com volume acima de 280 u.m..
 - Monte a distribuição de probabilidades do custo diário.
 - Qual o custo esperado em um mês (30 dias)?