

Questão 1)

Seja X uma variável aleatória contínua com densidade uniforme no intervalo $(-a, a)$. Em cada caso abaixo, encontre o valor de a de forma a satisfazer a condição dada:

(1.a) $P(X > 1/2) = 1/4$

(1.b) $P(X < 1/4) = 3/4$

(1.c) $P(X > 1/2) = 2P(X < -1)$

O tempo, em minutos, de digitação de um texto por secretarias experientes é uma variável aleatória X . Sua densidade é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} f(x) &= 1/4 \text{ se } 0 \leq x < 2 \\ &= 1/8 \text{ se } x \text{ esta entre } 2 \leq x < 6 \\ &= 0, \text{ caso contrário} \end{aligned}$$

Calcule as probabilidades abaixo:

(1.d) $P(X > 3)$

(1.e) $P(1 < X < 4)$

(1.f) $P(X < 3 \mid X \geq 1)$

(1.g) Encontre um número b tal que $P(X > b) = 0,6$

Questão 2)

Suponha que o tempo de vida, em segundos, T de um vírus exposto ao meio ambiente segue uma distribuição exponencial com parâmetro $1/20$.

- (2.a) Calcule a probabilidade de o vírus viver mais do que 5 segundos
- (2.b) Calcule a probabilidade condicional $P(T > 15 | T > 10)$.
- (2.c) Qual o tempo de vida esperado do vírus ? E o desvio-padrão?

Para X com distribuição Normal com média 90 e variância igual a 100, obtenha:

- (2.d) $P(X \leq 115)$
- (2.e) $P(X \geq 80)$
- (2.f) $P(100 \leq X \leq 110)$
- (2.g) $P(|X - 90| \leq 10)$

Questão 3)

O saldo em conta corrente, ao final do mês, de clientes de um banco segue a distribuição normal com média 1200 reais e desvio padrão igual a 200 reais. Clientes com saldo abaixo de 900 reais não usufruem de benefícios na conta corrente e os 5% maiores correntistas, ou seja, aqueles detentores dos maiores saldos ganham direito às linhas de créditos.

(3.a) Ao sortear aleatoriamente um cliente, qual a probabilidade dele não ter benefícios em sua conta corrente?

(3.b) Qual o valor mínimo que o cliente deve ter como saldo para ganhar direito às linhas de crédito?

Questão 4)

Deseja-se estimar a média de uma variável aleatória X através de uma amostra aleatória de tamanho $n=10$. Classifique os estimadores quanto ao vício e consistência, justificando sua classificação:

$$(4.a) \hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

$$(4.b) \hat{\theta}_2 = \bar{X}$$

$$(4.c) \hat{\theta}_3 = \frac{3(X_1 + 1) + X_2}{3}$$

(4.d) Antes de uma eleição, um determinado partido está interessado em estimar a proporção p de eleitores favoráveis ao seu candidato. Uma amostra piloto de tamanho 100 revelou que 60% dos eleitores eram favoráveis ao candidato. Construa um intervalo conservador com 95% de confiança para p .