

CE-003: Estatística II - Turma K/O
Avaliações Semanais (2º semestre 2014)

Semana 3

1. Um modelo simplificado do sistema de tipo sanguíneo humano possui quatro tipos de sangue: A , B , AB e O . Existem dois antígenos, anti- A e anti- B que reagem com o sangue de uma pessoa de diferentes formas de acordo com o tipo sanguíneo do indivíduo. Anti- A reage com tipos sanguíneos A a AB , mas não com B e O . Anti- B reage com tipos sanguíneos B a AB , mas não com A e O . Suponha que uma amostra de sangue de uma pessoa é coletada e testada com os dois antígenos. Denote por A o evento que o sangue reage com anti- A e por B o evento que o sangue reage com anti- B .
- (a) Classifique os possíveis tipos de sangue da pessoa usando a notação de eventos A e B e seus complementares. Suponha agora que, para uma determinada pessoa, a probabilidade de possuir o tipo O é de 0,50, a probabilidade do tipo A é 0,34 e a probabilidade do tipo B é de 0,12.
- (b) Encontre a probabilidade de que ambos antígenos sejam reagentes com o sangue da pessoa.
- (c) Encontre a probabilidade de que cada um dos antígenos vá reagir com o sangue da pessoa.
- (d) Sabendo que o sangue de uma pessoa reagiu com anti- A , qual a probabilidade de que a pessoa tenha sangue do tipo AB ?
- (e) Os eventos A e B são mutuamente exclusivos? Justifique.
- (f) Os eventos A e B são independentes? Justifique.

Solução:

Notação:

A : a amostra reage a anti- A

B : a amostra reage a anti- B

(a)

Tabela 1: Tipos sanguíneos, eventos que os definem e probabilidades de cada tipo.

Tipo sanguíneo	Evento	Probabilidade
O	$A^c \cap B^c$	0,50
A	$A \cap B^c$	0,34
B	$A^c \cap B$	0,12
AB	$A \cap B$	0,04

(b)

$$P[AB] = P[A \cap B] = 1 - P[O] - P[A] - P[B] = 0,04$$

(c)

$$P[A] = P[A \cap B^c] + P[A \cap B] = 0,34 + 0,04 = 0,38$$
$$P[B] = P[A^c \cap B] + P[A \cap B] = 0,12 + 0,04 = 0,16$$

(d)

$$P[(A \cap B)|P(A)] = \frac{P[(A \cap B) \cap (A)]}{P[A]} = \frac{P[(A \cap B)]}{P[A]} = \frac{0,04}{0,38} = 2/19 = 0.105$$

(e) Não, pois $P[A \cap B] = 0,04 \neq 0$

(f) Não, pois $P[A \cap B] = 0,04 \neq P[A] \cdot P[B] = 0,38 \cdot 0.16 = 0.0608$

Semana 4

1. Três algoritmos diferentes são utilizados, de forma independente, para tentar encontrar a solução ótima de um problema. Sabe-se que o primeiro algoritmo tem uma taxa de acerto de 75%, o segundo tem 60% e o terceiro tem 85%.

- Qual a probabilidade do problema ser resolvido?
- Qual a probabilidade de que a solução ótima seja encontrada por mais de um algoritmo?
- Qual a probabilidade de não seja encontrada a solução ótima de um problema submetido aos três algoritmos?

Procure usar a notação de eventos e operação de eventos no desenvolvimento de sua solução.

Solução:

(a)

A : o primeiro resolve o problema $P(A) = 0,75$ $P(\bar{A}) = 0,25$

B : o segundo resolve o problema $P(B) = 0,60$ $P(\bar{B}) = 0,40$

C : o terceiro resolve o problema $P(C) = 0,85$ $P(\bar{C}) = 0,15$

$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \stackrel{ind}{=} 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 1 - (1 - 0,75)(1 - 0,60)(1 - 0,85) = 0,985$$

(b)

(c) $P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \stackrel{ind}{=} P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = (1 - 0,75)(1 - 0,60)(1 - 0,85) = 0,015$

2. Sabe-se a partir de históricos que 25% das requisições de transferências de dados em um sistema são recusadas. Há interesse em se estudar possíveis padrões de falhas o que é feito contando-se o número de falhas consecutivas até o sucesso no envio.

- Qual a probabilidade de que ocorram três ou mais falhas consecutivas em um tentativa de envio?
- Identifique neste problema a variável aleatória de interesse e seus possíveis valores
- Mostre as probabilidades associadas a alguns dos valores desta variável.
- Identifique uma equação que forneça os valores das probabilidades para os diferentes valores da variável.

Solução:

(a)

(b)

X : número de falhas até conseguir o envio

$$x \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

(c)

(d) $P[X = x] = 0,25^x 75$