CE-003: Estatística II - Turma K/O - Avaliações Semanais (2^o semestre 2013)

Semana 2

1. Dois profissionais vão tentar resolver um problema e cada um deles pode ou não conseguir resolver. A chance do primeiro resolver é de 60% e do segundo 45%. Neste contexto responda às questões abaixo, fazendo suposições se necessário.
   (a) Por que este pode ser considerado um experimento aleatório?
   (b) Qual o espaço amostral?
   (c) Qual a probabilidade de que ambos resolvam o problema?
   (d) Qual a probabilidade de que o problema seja resolvido?
   (e) Foi necessária alguma suposição para para resolver os items anteriores? Se positivo, qual suposição?

   Solução:
   Notação:

   $$A : \text{o primeiro resolve o problema} \quad P[A] = 0,60 \quad P[\overline{A}] = 0,40$$
   $$B : \text{o segundo resolve o problema} \quad P[B] = 0,45 \quad P[\overline{B}] = 0,55$$

   (a)
   (b) $\Omega = \{(A, B), (A, \overline{B}), (\overline{A}, B), (\overline{A}, \overline{B})\}$
   (c) Supondo independência: $P[A \cap B] = P[A] \cdot P[B] = 0,60 \cdot 0,45 = 0.27$
   (d) Supondo independência: $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0,60 + 0,45 - 0.27 = 0.78$
   (e) Independência entre os profissionais, ou seja, a probabilidade de cada um resolver independe do problema ser ou não resolvido pelo outro.

---

2. (adaptado de M. & L., 2002) Em um levantamento de dados de acidentes em uma estrada foram resumidos na tabela a seguir. A partir desses dados, responda às questões propostas.

	Vítimas fatais	
Motorista	Sim	Não
Sóbrio	1228	275
Alcoolizado	2393	762

   (a) Voce diria que o fato do motorista estar ou não alcoolizado afeta a chance de ocorrer vítimas fatais? Justifique.
   (b) Obtenha a partir da tabela acima: (a) alguma probabilidade marginal, (b) alguma probabilidade condicional, (c) alguma probabilidade de interseção de eventos.
   (c) Cite um par de eventos mutuamente exclusivos.
   (d) Se um motorista alcoolizado se envolve em um acidente, qual a probabilidade de haver vítima fatal?
   (e) Se houve uma vítima fatal em um acidente, qual a probabilidade do motorista estar alcoolizado?

   Notação:

   $$S : \text{motorista sóbrio} \qquad A \equiv \overline{S} : \text{motorista alcoolizado}$$
   $$F : \text{acidante com vítima fatal} \qquad NF \equiv \overline{F} : \text{acidente sem vítima fatal}$$

Solução:

(a) Concluir comparando as proporções (probabilidades) de vítima fatal entre sóbrios e alcoolizados, ou seja as probabilidades condicionais $P[F|S]$ e $P[F|A]$, que são dadas por:

```
     S      A
0.8170 0.7585
```

(b) i. Probabilidades marginais:

$$P[A] = \frac{3155}{4658} = 0.677 \quad ; \quad P[S] = P[\overline{A}] = \frac{1503}{4658} = 0.677$$
$$P[A] = \frac{3621}{4658} = 0.777 \quad ; \quad P[S] = P[\overline{A}] = \frac{1037}{4658} = 0.223$$

ii. Probabilidades conjuntas (interseção):

$$P[A \cap F] = \frac{2393}{4658} = 0.514 \quad ; \quad P[S \cap F] = \frac{1228}{4658} = 0.264$$
$$P[A \cap NF], = \frac{762}{4658} = 0.164 \quad ; \quad P[S \cap NF] = \frac{275}{4658} = 0.059$$

iii. Probabilidades condicionais: $P[A|F], P[S|F], P[F|A], P[NF|A]$

$$P[A|F] = \frac{2393}{3621} = 0.661 \quad ; \quad P[S|F] = P[\overline{A}] = \frac{1228}{3621} = 0.339$$
$$P[A|NF] = \frac{762}{1037} = 0.735 \quad ; \quad P[S|NF] = P[\overline{A}] = \frac{275}{1037} = 0.265$$
$$P[F|A] = \frac{2393}{3155} = 0.758 \quad ; \quad P[NF|A] = P[\overline{A}] = \frac{762}{3155} = 0.242$$
$$P[F|S] = \frac{1228}{1503} = 0.817 \quad ; \quad P[NF|S] = P[\overline{A}] = \frac{275}{1503} = 0.183$$

(c) Pares de eventos mutuamente exclusivos: F e NF
- *com vítima fatal* e *sem vítima fatal* (F e NF)
- *sóbrio* e *alcoolizado* (S e A)

(d) $P[F|A] = \frac{P[F \cap A]}{P[A]} = \frac{2393}{2393+762} = 0.661$

(e) $P[A|F] = \frac{P[A \cap F]}{P[F]} = \frac{2393}{1228+2393} = 0.758$

Semana 3

1. Um instituto que faz previsões meteorológicas fez uma avaliação de suas previsões de 48 horas para finais de semana feitas por um particular modelo de previsão. Foi verificado que a previsão indicava chuva em 80% dos dias que de fato choveu e previa não chuva em 92% dos dias em que não choveu. Verificou-se ainda que chove em 12% dos períodos.
   (a) Escreva em notação de probabilidades adequada as informações dadas no problema.
   (b) Qual a probabilidade (proporção) de previsão de chuva?
   (c) Qual a probabilidade de chover quando há uma previsão de chuva?
   (d) Qual a probabilidade de obter uma previsão incorreta?
   (e) Supondo os mesmos percentuais de acertos de previsão, qual seria a probabilidade de acerto de uma previsão de chuva em outra região em que chove em apenas 5% dos períodos?

Solução:
Notação:

A : previsão de chuva na região $\qquad \overline{A}$: previsão de chuva

C : chove no período $\qquad \overline{C}$: não chove no período

(a)

$$\begin{aligned} P[C] &= 0,12 \quad & P[\overline{C}] &= 0,88 \\ P[A|C] &= 0,80 \quad & P[\overline{A}|C] &= 0,20 \\ P[\overline{A}|\overline{C}] &= 0,92 \quad & P[A|\overline{C}] &= 0,08 \end{aligned}$$

(b) $P[A] = P[A \cap C] + P[A \cap \overline{C}] = P[A|C] \cdot P[C] + P[A|\overline{C}] \cdot P[\overline{C}] = (0,80)(0,12) + (0,08)(0,88) = 0.166$

(c) $P[C|A] = \frac{P[C \cap A]}{P[A]} = \frac{P[A|C] \cdot P[C]}{P[A]} = \frac{(0,80)(0,12)}{0.166} = 0.577$

(d) $P[C|\overline{A}] + P[\overline{C}|A] = \frac{P[C \cap \overline{A}]}{P[\overline{A}]} + \frac{P[\overline{C} \cap A]}{P[A]} = \frac{P[\overline{A}|C] \cdot P[C]}{P[\overline{A}]} + \frac{P[A|\overline{C}] \cdot P[\overline{C}]}{P[A]} = \frac{(0,20)(0,12)}{0.834} + \frac{(0,08)(0,88)}{0.166} = 0.452$

(e) Nesse caso:

$$P[C] = 0,05 \quad P[\overline{C}] = 0,95$$

e recalculando temos:

$$P[A] = P[A \cap C] + P[A \cap \overline{C}] = P[A|C] \cdot P[C] + P[A|\overline{C}] \cdot P[\overline{C}] = (0,80)(0,05) + (0,08)(0,95) = 0.116.$$

A probabilidade de acertar uma previsão de chuva fica:

$$P[C|A] = \frac{P[C \cap A]}{P[A]} = \frac{P[A|C] \cdot P[C]}{P[A]} = \frac{(0,80)(0,05)}{0.116} = 0.345$$
