CE-003: Estatística II - Turma AMB/K/O
Avaliações Semanais (1^o semestre 2014)

Semana 3

1. Dois jogadores (A e B) vão jogar um jogo que consiste no lançamento de dois dados. Ambos começam com R$ 10,00. Se a soma dos dados for um número ímpar, A paga R$ 1,00 para B. Se a soma for par, B paga R$ 1,00 para A.
   (a) Quais os possíveis valores em dinheiro que os jogadores podem ter após 2 rodadas? A chance é a mesma para todos esses possíveis valores?
   (b) Quais os possíveis valores em dinheiro que os jogadores podem ter após 3 rodadas? A chance é a mesma para todos esses possíveis valores?
   (c) O jogo é honesto?

Solução:
No lançamento de dos dados exixtem 36 resultados possíveis $((1,1),(1,2),\ldots,(6,6))$ todos com a mesma probabilidade de ocorrência. As possíveis somas e respectivas probabilidades são:

S(soma)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P[S=s]$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

O que resulta nas probabilidades de par e ímpar:

S(soma)	par	ímpar
$P[S=s]$	$\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$	$\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

(a) Denotanto por A e B as vitórias de cada um destes jogadores os possíveis resultados são:

$$\Omega = (A,A),(A,B),(B,A),(B,B)$$

e como $P[A]=P[par]=P[\text{ímpar}]=P[B]=1/2$, cada um dos possíveis resultados em Ω possui probabilidade 1/2. Denotando por X_A o saldo de A após duas rodadas (lembrando que $X_B = 20 - X_A$), temos que os possíveis valores e suas probabilidades após duas rodadas são:

x_A	8	10	12
$P[X_A=x_A]$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

(b) De forma análoga à anterior, os possíveis resultados são:

$$\Omega = (A,A,A),(A,A,B),(A,B,A),(B,A,A),(A,B,B),(B,A,B),(B,B,A),(B,B,B)$$

e cada ponto do espeço amostral possui probabilidade 1/8. Os possíveis valores de X_A e suas probabilidades após duas rodadas são:

x_A	7	9	11	13
$P[X_A=x_A]$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

(c) Sim, a probabilidade de *par* é igual a de *mpar* o que resultou em probabilidades iguais para os ganhos possíveis dos jogadores.

As probabilidades poderiam ser ainda obtidas definindo-se:

$$
\begin{aligned}
&Y_B \text{número de vitórias de B}\\
&y_B \in \{0,1,2,3\}\\
&Y_B \sim \text{Bin}(n, p = 1/2) \qquad \text{em que } n = 2 \text{ ou } 3\text{é o número de rodadas}\\
P[Y_B = y_B] = &\binom{n}{y_B} p^{y_B}(1-p)^{n-y_B}
\end{aligned}
$$

---

2. A cada rodada de um experimento sobre funções cognitivas, o animal recebe um estímulo e depois faz uma escolha entre duas opções, sendo que em uma deles ele recebe um "prêmio" e em outra não. O interesse está no resultados dos "acertos" do animal (ou seja se ele recebe ou não o "prêmio"). Considere três rodadas deste experimento.
   (a) Qual o espaço amostral do experimento?
   (b) Qual a probabilidade associada a cada ponto do espaço amostral?
   (c) Qual(ais) as suposições feitas para calcular estas probabilidades?
   (d) Qual a probabilidade do animal receber algum "prêmio" durante as três rodadas?
   (e) Defina algum evento simples e algum evento composto e forneça as probabilidades destes eventos.

Solução:
Notação:

$$A : \text{o animal recebe o prêmio} \quad P[A] = 0,50 \quad P[\overline{A}] = 0,50$$

(a) $\Omega = \{(A, A, A), (A, A, \overline{A}), (A, \overline{A}, A), (\overline{A}, A, A), (A, \overline{A}, \overline{A}), (\overline{A}, A, \overline{A}), (\overline{A}, \overline{A}, A), (\overline{A}, \overline{A}, \overline{A})\}$

(b) todos tem a mesma probabilidade, $P[(A, A, A)] = P[(A, A, \overline{A})] = \ldots = P[(\overline{A}, \overline{A}, \overline{A})] = 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/8$

(c) Os resultados das três rodadas são independentes, a probabilidade de prêmio permanece constnate e igual a 1/2 em cada rodada.

(d) $P[\text{algum prêmio}] = 1 - P[\text{nenhum prêmio}] = 1 - P[(\overline{A}, \overline{A}, \overline{A})] = 1 - 1/8 = 7/8$

(e) Há várias possibilidades, o que se seguem são apenas possíveis opções:

$$
\begin{aligned}
&\text{E}_1(\text{evento simples}) : \text{o animal recebe prêmio em todas as tentativas}\\
&\qquad P[\text{E}_1] = \frac{1}{8}\\
&\text{E}_2(\text{evento simples}) : \text{o animal recebe prêmio em duas tentativas}\\
&\qquad P[\text{E}_2] = P[(A, A, \overline{A})] + P[(A, \overline{A}, A)] + P[(\overline{A}, A, A)] = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}
\end{aligned}
$$
